



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL –
PPGEC

JANAINA DA SILVA PEREIRA

Orientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio

**MODELO NÃO LINEAR DE VIGA PARA A OBTENÇÃO DE
ESFORÇOS EM SERVIÇO APLICADO A LAJES DE
BARRAGEM DE ENROCAMENTO COM FACE DE
CONCRETO**

Florianópolis
2009



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL –
PPGEC

JANAINA DA SILVA PEREIRA

Orientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio

**MODELO NÃO LINEAR DE VIGA PARA A OBTENÇÃO DE
ESFORÇOS EM SERVIÇO APLICADO A LAJES DE
BARRAGEM DE ENROCAMENTO COM FACE DE
CONCRETO**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa
Catarina como requisito parcial
exigido pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil –
PPGEC – para a obtenção do Título
de MESTRE em Engenharia Civil.

Florianópolis
2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
CIVIL – PPGEC

**MODELO NÃO LINEAR DE VIGA PARA A OBTENÇÃO
DE ESFORÇOS EM SEVIÇO APLICADO A LAJES DE
BARRAGEM DE ENROCAMENTO COM FACE DE
CONCRETO**

A presente Dissertação foi julgada e aprovada como requisito final para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, em seção pública realizada em 22 de setembro de 2009.

Dr. DANIEL DOMINGUES LORIGGIO
Professor Orientador - UFSC

Dr^a. JANAÍDE CAVALCANTE ROCHA
Coordenadora do PPGEC

Banca Examinadora:

Prof^ª. HENRIETTE LEBRE LA ROVERE, PhD
Membro – UFSC

Prof. Dr. NARBAL ATALIBA MARCELINO
Membro – UFSC



Dr. ROBERTO DALLEDONE MACHADO
Membro – PUC/PR

RESUMO

Em projetos estruturais, a determinação das solicitações para a verificação dos Estados Limites de Serviço é feita usualmente, com uma análise elástico-linear. Porém, pode ser que ocorram pequenas redistribuições de esforços mesmo em condições de utilização, devido à fissuração das seções mais solicitadas, principalmente no caso de peças dimensionadas com redistribuição de esforços. Neste caso, seria recomendável uma análise não linear para a determinação dos esforços solicitantes em serviço. Contudo, estas análises são geralmente complexas, necessitando certo grau de conhecimento teórico pelo projetista e modelos que exigem tempos de processamento computacional relativamente elevados, dificultando assim o seu uso em projetos usuais. Este trabalho tem por objetivo desenvolver um procedimento simplificado para a determinação dos esforços solicitantes em elementos sob condições de serviço, onde são utilizados diagramas momento curvatura para a consideração da não-linearidade dos materiais. Foi desenvolvido um programa computacional como forma de automatizar o processo iterativo que envolvem essas análises. Foram implementados no programa três tipos de diagramas momento-curvatura para se levar em conta a contribuição do concreto entre fissuras, o primeiro deles indicado pela NBR6118 proposto por Branson, o segundo retirado do CEB-FIP Model Code e o terceiro um diagrama bi-linear simplificado. Foram estudados inicialmente exemplos de vigas contínuas, averiguando se há redistribuição de esforços em serviço, comparando os resultados obtidos pelos três diferentes diagramas com os resultados usuais de uma análise elástico-linear. O mesmo procedimento, com pequenas alterações, foi utilizado para o estudo de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto, onde exercem função de vedação. Essas lajes possuem um comportamento pouco usual, já que pouco contribuem para a resistência da estrutura, estando praticamente submetidas a deslocamentos impostos.

Palavras-chave: Análise Não Linear, Estado Limite de Serviço, Lajes de BEFC.

ABSTRACT

In structural design, the verification of serviceability limit states is usually done, by means of a linear-elastic analysis. However, small redistributions may occur, even under service conditions, due to cracking in the sections subjected to highest action effects, particularly in the case of structures designed with redistribution. In this case, is recommended a nonlinear analysis to determine the solicitations in service. Nevertheless, these analyses are usually complex, requiring some theoretical knowledge by the designer and models that require high computational processing time, making it difficult for use in regular projects. This work has the purpose to develop a simplified procedure to determine member efforts under service loads, where moment curvature diagrams are used to account for material nonlinearities. A computer program was developed as a way to automate the iterative process involving the analysis. To take into account the contribution of concrete between cracks, three types of moment-curvature diagrams were implemented. The first one indicated by NBR6118, as proposed by Branson; the second one taken from the CEB-FIP Model Code; and the third one is a simplified bi-linear diagram. Examples of continuous beams were initially studied, by checking if there is bending redistribution under service, and then comparing the results obtained by using the three different diagrams with the usual results of a linear-elastic analysis. The same procedure, with minor modifications, was used to study slabs of concrete face rockfill dams, where they exert sealing function. These slabs have an unusual behavior, since they provide a little contribution to the resistance of the structure, being subjected to imposed displacements.

Keywords: Nonlinear Analysis, Serviceability Limit States, Slabs of Concrete Face Rockfill Dam.

AGRADECIMENTOS

Em especial ao Professor Daniel Domingues Loriggio pela excelente orientação, pela amizade, pelos incentivos, oportunidades e paciência demonstrados durante o decorrer do curso de mestrado.

Aos Professores Henriette Lebre La Rovere e Narbal Ataliba Marcelino pelos conhecimentos repassados desde a graduação e pelas idéias que contribuíram na formação deste trabalho.

Ao Professor Roberto Dalledone Machado, cujas observações como membro da banca, em muito contribuíram no aprimoramento desta Dissertação.

Aos Engenheiros Paulo Senem e Juliana Francisca Corrêa da Leme Engenharia, pelo auxílio na obtenção de dados utilizados nos estudos de barragem.

A CNEC Engenharia S.A pela liberação dos dados Usina Hidrelétrica de Machadinho.

A Tractebel Energia S. A. pela bolsa no Projeto de Pesquisa na área de barragem.

Aos meus pais e irmãos, por tudo o que fizeram e ainda fazem por mim.

A Francisco, meu companheiro nesses anos do curso de mestrado.

Aos colegas, professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFSC, que auxiliaram direta e/ou indiretamente o desenvolvimento deste trabalho.

SUMÁRIO

1.	Introdução.....	1
1.1	Objetivos.....	2
1.1.1	Objetivos Gerais	2
1.1.2	Objetivos Específicos	2
1.2	Justificativa.....	3
1.3	Apresentação da Estrutura da Dissertação.....	4
2.	Princípios para a Consideração da Não-Linearidade do Material.....	5
2.1	Rigidez de Elementos Estruturais Fissurados	6
2.2	Relações Momento-Curvatura	7
2.3	Diagrama Momento-Curvatura.....	10
2.4	Diagrama Momento-Curvatura Bi-Linear	12
2.4.1	Momento de Fissuração.....	12
2.4.2	Momento do Início da Plastificação	14
2.5	Diagrama Momento-Curvatura pela NBR 6118.....	16
2.6	Diagrama Momento-Curvatura pelo CEB-FIP Código Modelo	18
2.7	Exemplos de Diagramas Momento-Curvatura	21
2.7.1	Variação da Taxa de Armadura	21
2.8	Utilização dos Diagramas Momento-Curvatura Por meio do Procedimento Iterativo	23
2.9	Análise Linear com Redistribuição de Esforços	25
3.	Barragens de Enrocamento com Face de Concreto	27
3.1	Generalidades	27
3.2	Maciço de Enrocamento	28
3.2.1	Zona 1	29
3.2.2	Zona 2.....	29
3.2.3	Zona 3.....	30
3.3	Face de Concreto	31
3.3.1	Crterios de Projeto da Laje de Concreto da Face	31
3.4	Plinto	33
3.5	Juntas	33
3.6	Crista e Muro-Parapeito.....	35
3.7	Estruturas Submetidas a Deslocamentos Impostos.....	35
3.7.1	Cálculo das Curvaturas a partir dos Deslocamentos.....	36
4.	Implementação Computacional	41
4.1	Análise matricial.....	41

4.2	Funcionamento do Módulo Não Linear.....	42
4.3	Definição do Critério de Convergência	46
4.4	Situações que Não Apresentam Convergência	51
4.5	Funcionamento do Módulo Não Linear para as Lajes de BEFC	51
5.	Exemplos de Resolução.....	54
5.1	Análise de Vigas Contínuas.....	54
5.1.1	Exemplo 1 – Viga Contínua com Dois Vãos Simétricos.....	54
5.1.2	Exemplo 2 – Viga Contínua com Dois Vãos Simétricos e Carregamento Assimétrico	61
5.1.3	Exemplo 3 – Viga Contínua com Três Vãos	66
5.1.4	Exemplo 4 - Viga Contínua com Quatro Vãos	72
5.1.5	Exemplo 5 – Viga Contínua com Fissuração apenas Sobre o Apoio	79
5.2	Análise de Lajes de BEFC.....	81
5.2.1	Laje da Barragem de Itá.....	81
5.2.2	Laje da Barragem de Machadinho.....	85
6.	Considerações Finais	88
7.	Referências Bibliográficas.....	91
	Anexo A	95
	Anexo B	107
	Anexo C	116
	Lista de Figuras	122
	Lista de Tabelas.....	125

1. INTRODUÇÃO

O concreto armado é o principal material utilizado na construção civil em nosso país, estando presente tanto em obras convencionais, como em estruturas de edifícios, quanto em obras de grande porte como pontes, viadutos e barragens. Estas estruturas devem ser dimensionadas para atender com segurança às solicitações a elas impostas, tanto para o Estado Limite Último quanto para o Estado Limite de Serviço, sendo este último relacionado usualmente com as limitações de deformações excessivas, de fissuração e de vibração excessiva.

O dimensionamento é teoricamente, um processo iterativo, e depende da análise dos esforços a que a estrutura está submetida. Existem várias maneiras de se analisar uma estrutura, dependendo do tipo de modelagem que for adotada e das leis constitutivas que são empregadas para o material.

Em projeto comumente utiliza-se uma análise elástica como base para o dimensionamento e obtenção de esforços em serviço. Contudo, sabe-se que o concreto é caracterizado por sua alta resistência à compressão e baixa resistência à tração, resultando (mesmo para carregamentos relativamente baixos) na fissuração das seções mais solicitadas. Em vista disso, não é adequada para a obtenção de deslocamentos em serviço.

Estas seções fissuradas apresentam rigidezes menores se comparadas com as seções íntegras, e podem inclusive, alterar a distribuição de esforços em serviço, caracterizando um comportamento não linear. O comportamento não linear físico do concreto armado pode ser observado de maneira mais acentuada quando o concreto comprimido atinge a plastificação e o aço atinge a tensão de escoamento, fazendo com que as deformações cresçam consideravelmente sem que exista um aumento significativo das tensões atuantes.

Em muitos casos, uma análise elástica linear é suficiente para assegurar que os elementos estruturais satisfaçam adequadamente aos Estados Limites Último, desde que se garanta a ductilidade mínima dos elementos estruturais. Este tipo de análise continua sendo de relevante importância, pois mesmo quando se deseja realizar uma análise mais refinada ou precisa, (levando em consideração a não-linearidade do material) se faz necessária uma análise elástica previamente para que as armaduras possam ser definidas.

Porém, mesmo para cargas de utilização, pode ser que ocorram pequenas redistribuições de esforços devido à fissuração, principalmente

no caso de estruturas hiperestáticas dimensionadas com redistribuição de esforços. Neste caso, seria recomendável uma análise não linear para a determinação dos esforços solicitantes em serviço. Entretanto, estas análises são geralmente complexas, necessitando certo grau de conhecimento teórico pelos projetistas e modelos que exigem tempos de processamento computacional relativamente elevados, tornando-se mais difíceis de serem utilizadas em projetos usuais.

Esta dissertação tem por objetivo desenvolver um procedimento simplificado para considerar o comportamento não linear do concreto armado na análise de esforços para as verificações de serviço, que seja de fácil utilização, visando à aplicação em projetos estruturais. Para tanto, foi implementado um módulo não linear em um programa de análise matricial anteriormente desenvolvido pelo professor orientador.

O trabalho iniciará com estudos de estruturas usuais como vigas contínuas que tem aplicação em estruturas de edifícios de concreto armado.

A mesma metodologia foi adaptada ao estudo de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto, as quais exercem a função de vedação desses barramentos. Essas lajes possuem um comportamento pouco usual, já que pouco contribuem para a resistência da estrutura, estando praticamente submetidas a deslocamentos impostos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos Gerais

- Desenvolver um procedimento simplificado para a consideração da não-linearidade física do concreto armado no cálculo de esforços para as verificações das condições de serviço.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um programa computacional para a análise não linear física de vigas contínuas para combinações de serviço;
- Estudar diferentes formas de se considerar a contribuição do concreto entre fissuras por meio de diagramas momento-curvatura propostos por diferentes fontes;
- Estudar o comportamento em serviço de estruturas dimensionadas com redistribuição de esforços;
- Estudar o comportamento estrutural de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto para condições de serviço;

1.2 Justificativa

Análises estruturais que consideram a não-linearidade física do concreto armado costumam ser complexas e necessitam certo nível de conhecimento teórico. Muitas vezes o seu emprego se restringe a níveis acadêmicos elevados, como nos cursos de pós-graduação. Desta forma, sua utilização está muito mais vinculada à pesquisa do que à aplicação prática em projetos.

O mesmo não ocorre quando se trata de análises que consideram a não-linearidade geométrica da estrutura. Apesar de ser um assunto relativamente novo em termos de normalização, a aplicação de métodos simplificados como o P-delta, parecem ter sido em grande parte absorvidos pelos projetistas, fazendo parte do dia a dia de um escritório de cálculo estrutural.

Muitas pesquisas que tem como foco de estudo a análise não linear física de estruturas, tentam prever o comportamento dos elementos estruturais observados em ensaios de laboratório, onde as condicionantes que afetam a resposta da estrutura são controladas. Esta não é a realidade vivida em projeto, em que os dados disponíveis são poucos e, quase sempre, são uma estimativa das reais características da estrutura.

Com o presente trabalho pretende-se apresentar um procedimento simplificado e de fácil utilização em projeto, que leve em conta a não-linearidade física do concreto armado para obtenção de esforços em estruturas submetidas a carregamentos em serviço. Para tanto, será desenvolvida uma ferramenta computacional, sem a qual seria demasiadamente trabalhosa a obtenção dos resultados.

O uso deste procedimento simplificado será especialmente testado no caso de estruturas dimensionadas com redistribuição de esforços como permite a NBR 6118, em que não se tem conhecimento se a redistribuição admitida no dimensionamento já afetaria o seu comportamento para cargas de serviço.

Esta metodologia também será utilizada no estudo de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto, que embora sejam estruturas bastante complexas e responsáveis pela vedação do enrocamento, no meio técnico, ainda não se tem o conhecimento consolidado do seu comportamento estrutural. O mau funcionamento dessas estruturas pode representar um prejuízo econômico significativo quando estas não são adequadamente projetadas para exercer de maneira satisfatória sua função de estanqueidade.

1.3 Apresentação da Estrutura da Dissertação

Na sequência é apresentada a estrutura do trabalho, onde são descritos resumidamente o conteúdo de cada um dos capítulos.

No capítulo 2 é apresentada a parte de revisão bibliográfica principalmente referente às teorias utilizadas para a determinação dos diagramas momento-curvatura. São mostrados também alguns exemplos de diagramas momentos-curvatura gerados pelo módulo não linear desenvolvido. No final deste capítulo são apresentadas as idéias de como serão utilizados estes diagramas na análise não linear.

O terceiro capítulo consiste na revisão bibliográfica de Barragens de Enrocamento com Face de Concreto, onde é apresentado um panorama geral dos principais aspectos que envolvem o projeto deste tipo de barragem, dando maior ênfase à laje de vedação. Neste mesmo capítulo é demonstrada a parte teórica de como serão obtidos os esforços atuantes nestas lajes a partir dos diagramas momento-curvatura.

O capítulo 4 aborda a estrutura do programa desenvolvido a partir da revisão bibliográfica e das metodologias apresentadas nos capítulos anteriores. São mostrados ainda, os estudos feitos para a definição do critério de convergência utilizado no programa, além de serem discutidas algumas situações particulares onde não foi obtida a convergência dos resultados.

No quinto capítulo serão apresentados, primeiramente, alguns exemplos de vigas contínuas, resolvidas por meio do programa desenvolvido, para a verificação de uma possível redistribuição de esforços para níveis de carregamento típicos de serviço, sobretudo nos casos de vigas dimensionadas com plastificação dos momentos negativos. São mostrados também os diagramas de momentos fletores obtidos por meio da análise não linear simplificada comparando-os com os resultados da análise linear para as lajes das Barragens de Itá e Machadinho.

No capítulo 6 são feitas as considerações finais do trabalho, onde são apresentadas as conclusões dos estudos realizados.

A dissertação ainda conta com três anexos, o primeiro deles mostra um estudo sobre a convergência do processo iterativo utilizado no módulo não linear, o segundo apresenta os diagramas momento-curvatura de todas as seções dos exemplos estudados e o terceiro apresenta as deformadas das vigas estudadas no quinto capítulo.

2. PRINCÍPIOS PARA A CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE DO MATERIAL

Para levar-se em conta a não-linearidade do concreto armado devido à fissuração fez-se uso de diagramas momento-curvatura construídos a partir de teorias apresentadas por diferentes bibliografias, como é apresentado a seguir.

Em uma outra linha de análises não lineares são mais utilizados diagramas tensão-deformação diretamente na formulação numérica para a consideração da não-linearidade do material. A utilização de diagramas momento-curvatura é um outro modo de realizar-se a integração das tensões normais da seção transversal no domínio em que esta se encontra. Além de facilitar a programação, o uso desses diagramas é importante para a compreensão do comportamento da estrutura. Carvalho (1994) apud Câmara (1988) afirma:

“não há justificação fundamentada que mostre que os resultados obtidos em análises não lineares, com base nos modelos do tipo tensão-deformação, permitem necessariamente melhores aproximações à realidade que os métodos de momento-curvatura, desde que estes se encontrem suficientemente testados”.

Os parâmetros e hipóteses utilizados para definição de um diagrama momento-curvatura podem variar de acordo com o que se deseja analisar.

Burato (1993) desenvolveu um programa computacional para a análise não linear de lajes de concreto armado combinando o Método dos Elementos Finitos com o emprego de diagramas momento-curvatura. Realizaram-se diversos ensaios numéricos de lajes quadrangulares para diversas condições de contorno, utilizando o elemento finito de placa semi-espessa Heterosis para analisar deslocamentos, momentos fletores, cargas de ruínas e redistribuições de esforços. Obteve bons resultados para as cargas de ruína quando os comparou com os resultados fornecidos pela teoria das charneiras plásticas.

Senem (2000) em seu trabalho intitulado também implementou diagramas momento-curvatura, considerando os efeitos do esforço normal, para levar em conta a não-linearidade do material tendo como foco o Estado Limite Último. Apesar de sua pesquisa ser direcionada à análise de estruturas metálicas, o método apresentado por Senem (2000) pode ser adaptado às estruturas de concreto armado com algumas alterações nas relações momento-curvatura, assim como apresentado por Senem e Loriggio (2001).

Sendo objeto de estudo deste trabalho o cálculo de esforços para carregamento em serviço, os diagramas montados a partir das teorias apresentadas no presente capítulo possuem características próprias de condições de serviço.

Na construção desses diagramas o primeiro trecho corresponde a um seguimento de reta, que fica definido pelo cálculo do momento de fissuração da seção, onde são válidas as hipóteses do estágio I, ou em outras palavras, considera-se que o concreto trabalhe à tração e a compressão e que o comportamento conjunto do aço com o concreto seja linear; o segundo trecho é definido pelo cálculo do momento de início de plastificação da seção onde são consideradas as hipóteses clássicas do estágio II. Ligando os pontos referentes ao momento de fissuração e de início de plastificação é empregada uma curva de ajuste para a consideração da contribuição do concreto entre fissuras ou do efeito “*tension stiffening*” de três diferentes formas, a primeira adotando uma solução simplificada, a segunda por meio das prescrições da NBR 6118 e a terceira por meio das prescrições do CEB-FIP Model Code.

Para o cálculo dos parâmetros mencionados acima são utilizadas tensões de tração médias para o concreto e considera-se que o momento de início de plastificação é atingido quando o aço inicia seu escoamento.

Há ainda um terceiro trecho nos diagramas momento-curvatura correspondente ao estágio III, o qual está mais ligado as condições do Estado Limite Último, que foi suprimido nos diagramas apresentados neste trabalho, tendo como justificativa o fato de que não é desejável a plastificação de uma estrutura para combinações de serviço.

Inicialmente serão demonstradas as relações momento-curvatura, necessárias para a construção dos diagramas momento-curvatura. Posteriormente, serão apresentados os procedimentos utilizados para a obtenção dos mesmos por diferentes bibliografias e finalmente como estes diagramas serão utilizados na análise não linear.

2.1 Rigidez de Elementos Estruturais Fissurados

A seguir são expostas algumas idéias apresentadas por Ghali & Favre (1993) que esclarecem o comportamento estrutural de elementos fissurados.

Considere-se uma peça de concreto armado submetida a um esforço axial ou à flexão simples. Enquanto que a tensão de tração no concreto não ultrapassar a respectiva resistência, o elemento estará livre de fissuração. Supõe-se que a ligação entre o aço e o concreto seja perfeita, existindo compatibilidade de deformações entre os dois materiais. Estas condições são referentes ao estágio I.

Quando a tensão de tração no concreto ultrapassa sua resistência, ocorre a fissuração. Na posição onde a fissura foi formada, admite-se que o esforço de tração é resistido completamente pela armadura, considerando-se dessa forma a área tracionada no concreto completamente fissurada. Estas condições referem-se ao estágio II.

Nas seções situadas entre duas fissuras, o alongamento da armadura encontra uma certa resistência proporcionada pela ligação entre o aço e o concreto, transmitindo assim, uma parte da força de tração na armadura para o concreto. Estas seções trabalham em uma condição intermediária entre o estágio I e II.

Analizando as deformações em uma barra de armadura de um elemento fissurado, percebe-se que a deformação varia de um valor máximo na fissura para um valor mínimo entre fissuras, o inverso ocorre com as tensões. A Figura 2.1 mostra a variação de tensões na estrutura.

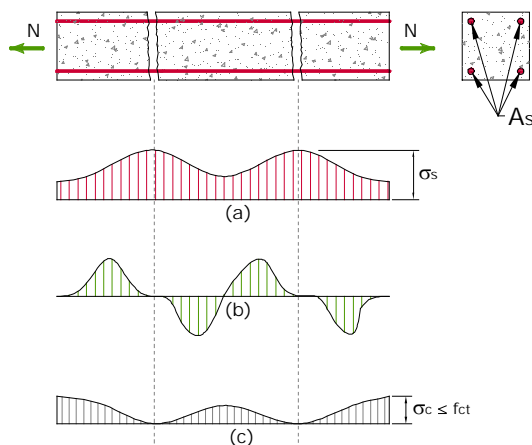


Figura 2.1 - Tensões em um elemento fissurado submetido a esforço axial; (a) tensão na armadura; (b) tensão na interface entre concreto e o aço; (c) tensão no concreto. Adaptado de Ghali & Favre (1993).

A rigidez da estrutura varia de maneira similar entre duas fissuras consecutivas. Conseqüentemente, para se levar em conta este comportamento, pode-se adotar para a rigidez do elemento um valor médio. A contribuição do concreto nos trechos entre fissuras na rigidez do elemento é muitas vezes chamada de “*tension stiffening*” e é considerada comumente para avaliação das deformações. Este trabalho irá considerar este efeito para o cálculo de esforços em serviço.

2.2 Relações Momento-Curvatura

Utilizando a teoria de viga de Euler-Bernoulli, a deformada

apresentada por uma viga submetida apenas a esforços de flexão, seria a apresentada na Figura 2.2.

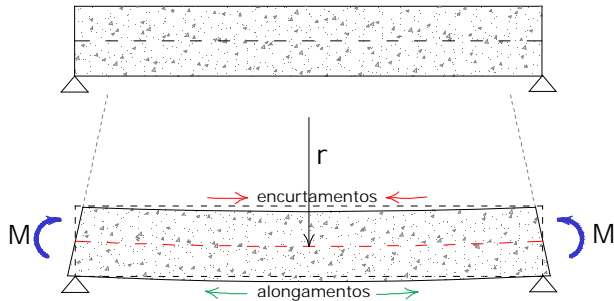


Figura 2.2 - Deformada de uma viga sujeita a momento fletor constante.

Adotando as seguintes hipóteses simplificadoras para o estudo da viga:

- É desprezada a deformação por cisalhamento.
- As seções transversais permanecem planas após a aplicação do carregamento (hipótese de Navier). Esta hipótese também é válida mesmo após os materiais atingirem a plastificação.
- Considera-se que o eixo da viga após a aplicação das cargas apresenta a forma de um arco de círculo de raio r .

Define-se como curvatura o inverso do raio de círculo r . Analisando-se um elemento infinitesimal de viga, mostrado na Figura 2.3, é possível encontrar uma relação entre a curvatura e o momento atuante na seção transversal.

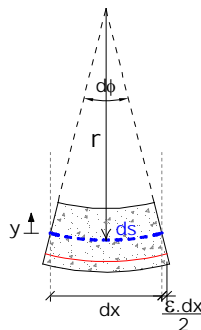


Figura 2.3 Elemento infinitesimal de viga.

O comprimento de arco ds por onde passa a linha neutra pode ser obtido em função do ângulo $d\phi$ dado em radianos:

$$ds = d\phi \cdot r \quad 2.1$$

Fazendo-se o comprimento do elemento infinitesimal indeformado dx aproximadamente igual à ds , tem-se:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{r} \quad 2.2$$

Considerando-se um arco a uma distância y qualquer, tem-se:

$$dx + \varepsilon \cdot dx = d\phi \cdot (r - y) \quad 2.3$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1 + \varepsilon}{r - y} \quad 2.4$$

Igualando as equações (2.2) e (2.4) obtém-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + \varepsilon}{r - y} \quad 2.5$$

$$r + r\varepsilon = r - y \quad 2.6$$

Dividindo ambos os lados da equação 2.6 por r e fazendo alguns algebrismos obtém-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon}{-y} \quad 2.7$$

Para materiais com comportamento elástico-linear, é válida a lei de Hooke, e juntando-se com a expressão fornecida pela resistência dos materiais que relaciona a tensão em um dado ponto com o momento atuante na seção (equações 2.8 e 2.9 respectivamente), é possível encontrar uma relação entre o momento fletor e a curvatura da seção transversal.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad 2.8$$

$$\sigma = -\frac{M}{I} \cdot y \quad 2.9$$

Substituindo a equação (2.8) em (2.9), obtém-se:

$$\frac{\varepsilon}{-y} = \frac{M}{EI} \quad 2.10$$

E comparando a equação acima com a equação (2.5), vem:

2.11

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

A expressão para a curvatura dada em 2.7, é válida para qualquer tipo de material e pode ser expressa em função das deformações específicas de uma seção. Como pode ser observado na Figura 2.4, a curvatura é definida como a tangente do ângulo α .

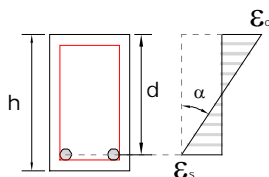


Figura 2.4 - Diagrama de deformações em uma seção de concreto armado.

2.12

$$\frac{1}{r} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\epsilon_s - \epsilon_c}{d}$$

onde:

ϵ_c é a deformação específica do concreto na borda mais comprimida;

ϵ_s é a deformação específica do aço;

d é altura útil da seção transversal.

Nos gráficos apresentados nesse trabalho optou-se por trabalhar com uma variável análoga à curvatura ($1/r$), mas que possui uma ordem de grandeza mais adequada e é definida na equação (2.13).

2.13

$$\theta = 1000 \cdot h \cdot \frac{1}{r}$$

onde:

h é a altura total da seção.

As relações definidas em (2.11) ou em (2.12) são usadas para traçar diagramas momento-curvatura, conforme é detalhado nos itens seguintes. Por meio destes diagramas pode-se obter a rigidez secante de uma determinada seção de concreto armado de acordo com o grau de sollicitação a que esta está submetida.

2.3 Diagrama Momento-Curvatura

O concreto armado apresenta três etapas distintas de comportamento em peças submetidas a esforços de flexão à medida que é aumentado o carregamento aplicado até que a estrutura atinja a ruína.

A primeira etapa (estádio I) é caracterizada pelo comportamento elástico-linear tanto do aço quanto do concreto. O início da segunda etapa (estádio II) ocorre na seção transversal estudada quando surge a primeira fissura devido à tração no concreto, ou seja, quando na seção o momento atuante é maior ou igual ao momento de fissuração (M_r).

No caso de seções sub-armadas, pode-se interpretar a terceira etapa (estádio III), como um patamar no diagrama momento-curvatura que inicia quando a seção atinge o momento de plastificação (M_{ip}). Supõe-se aqui, que o início da plastificação da seção se dá quando o aço sob tração atinge a tensão de escoamento, e admite-se para o concreto uma distribuição de tensões linear como no estágio II. O fim do estágio III é alcançado quando na seção atua o momento último (M_u), levando a seção à ruína.

Na Figura 2.5 é mostrado um exemplo de diagrama momento-curvatura com os correspondentes estádios, para uma seção sub-armada, onde existe uma contribuição do concreto entre fissuras, que é representada pela área hachurada do gráfico.

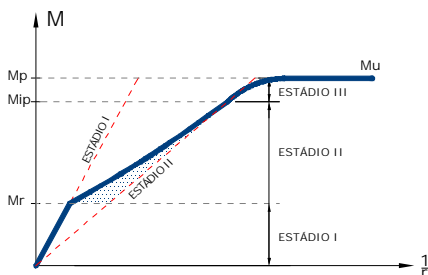


Figura 2.5 - Diagrama momento-curvatura.

Para uma seção fissurada onde não há consideração do efeito “*tension stiffening*”, o diagrama momento-curvatura seria o mostrado na Figura 2.6.

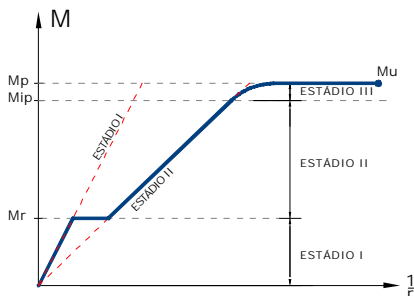


Figura 2.6 – Diagrama momento-curvatura para seção fissurada.

O programa desenvolvido no presente trabalho não trabalha com seções superarmadas, as quais não são utilizadas comumente em projetos. E como já mencionado anteriormente, o último trecho do diagrama, correspondente ao estágio III não foi implementado nas rotinas que geram os gráficos momento-curvatura.

2.4 Diagrama Momento-Curvatura Bi-Linear

O diagrama bi-linear (Figura 2.7) é uma simplificação do diagrama apresentado na Figura 2.5, que fica definido por dois seguimentos de reta, bastando apenas serem conhecidos o momento de fissuração, o momento do início da plastificação e as correspondentes curvaturas.

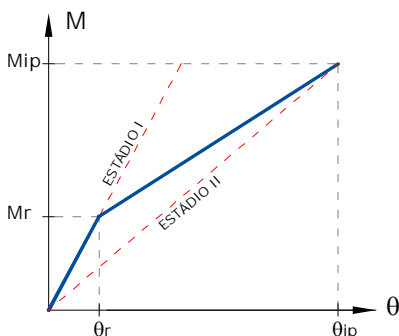


Figura 2.7 - Diagrama momento-curvatura bi-linear.

2.4.1 Momento de Fissuração

Até o momento de fissuração a seção transversal trabalha no estágio I, e considera-se que o concreto resista à tração, imaginando uma relação linear entre as deformações específicas e as tensões. Para se levar em conta a rigidez proporcionada pela armadura, basta considerar a área de aço como uma seção de concreto equivalente, homogeneizando a seção transversal. Com isso calcula-se o momento de inércia no estágio I.

A rigidez proporcionada pela armadura por meio na homogeneização da seção não é usualmente considerada por muitos autores no cálculo do momento de fissuração. Este efeito é de pequena magnitude, porém é considerado no módulo não linear desenvolvido.

Na Figura 2.8 é mostrada uma seção transversal homogeneizada submetida a um momento fletor menor que o momento de fissuração e os respectivos diagramas de deformações e tensões.

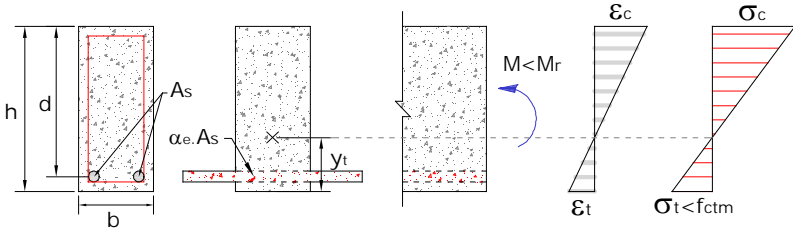


Figura 2.8 - Seção transversal no estágio I.

O momento de fissuração utilizado no digrama foi calculado pela formulação dada pela NBR6118 apresentada a seguir, porém considerando-se a seção homogeneizada.

2.14

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_I}{y_t}$$

2.15

$$I_I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - y_t \right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot [y_t - (h - d)]^2$$

2.16

$$y_t = \frac{S_t}{b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}$$

2.17

$$S_t = \frac{b \cdot h^2}{2} + A_s (\alpha_e - 1) \cdot (h - d)$$

onde:

M_r é o momento de fissuração da seção;

α é um fator que correlaciona de modo aproximado a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, e assume valor igual a 1,2 para seções T ou duplo T e 1,5 para seções retangulares;

$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$ é a resistência à tração média do concreto (em MPa);

I_I é o momento de inércia no estágio I;

$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$ é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do

concreto;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção homogeneizada até a fibra mais tracionada;

S_t é o momento estático da seção em relação a fibra mais

tracionada.

A curvatura correspondente ao momento de fissuração, ou nesse caso, o valor de teta (equação 2.13), fica definido por:

2.18

$$\theta_r = 1000 \cdot h \cdot \frac{M_r}{E_c \cdot I_l}$$

O módulo de elasticidade do concreto (E_c) utilizado na montagem desses diagramas é o valor secante dado pela NBR 6118/2003 no item 8.2.8 mostrado a seguir:

2.19

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci}$$

2.20

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

onde:

E_{cs} é o valor do módulo secante em MPa.

E_{ci} é o valor do módulo tangente inicial, com E_{ci} e f_{ck} dados em MPa.

2.4.2 Momento do Início da Plastificação

Para o cálculo do momento de início da plastificação (M_{ip}), consideram-se as mesmas hipóteses do estágio II puro:

- Distribuição de tensões triangular para o concreto comprimido.
- Os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura abaixo da linha neutra, sendo desconsiderada a resistência à tração do concreto para as seções fissuradas. Isso equivale a admitir uma fissura até a altura da linha neutra.

Supõe-se que o momento do início da plastificação é alcançado quando o aço atinge a tensão de escoamento. Este valor pode então ser obtido por meio do equilíbrio de forças da seção (Figura 2.9).

Note-se que as proposições adotadas para o cálculo do momento do início da plastificação são coerentes com seções dimensionadas nos domínios dois e três onde tem-se o escoamento da armadura. Para seções superarmadas (domínio quatro), onde a seção atinge a ruína com a ruptura do concreto à compressão e o aço não escoar, o valor do momento do início da plastificação calculado dessa forma não pode ser considerado

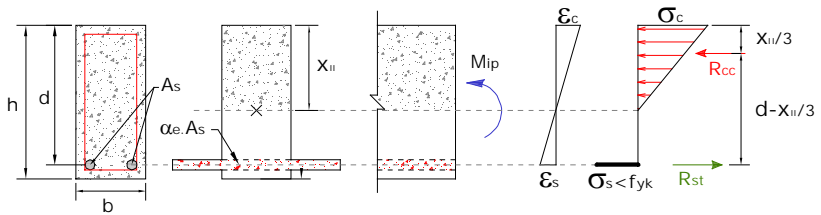


Figura 2.9 - Seção transversal no estágio II

Fazendo o somatório de momentos na posição da resultante de compressão, encontra-se:

2.21

$$M_{ip} = R_{st} \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3} \right)$$

2.22

$$M_{ip} = A_s \cdot f_{yk} \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3} \right)$$

onde:

R_{st} é a força resultante na armadura;

f_{yk} é o valor característico da resistência ao escoamento do aço;

x_{II} é a posição da linha neutra no estágio II;

A posição da linha neutra não se altera no estágio II, e fica definida resolvendo-se a equação do segundo grau, dada por:

2.23

$$S_{t \ II} = 0$$

2.24

$$\frac{b \cdot x_{II}^2}{2} - \alpha_e \cdot A_s (d - x_{II}) = 0$$

2.25

$$\frac{b}{2} x_{II}^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot x_{II} - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0$$

onde:

$S_{t \ II}$ é o momento estático em relação à linha neutra;

A curvatura adimensional correspondente ao momento do início da plastificação pode ser escrita por:

2.26

$$\theta_{ip} = 1000 \cdot h \cdot \frac{M_{ip}}{E_c \cdot I_{II}}$$

onde:

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada no estágio II.

2.5 Diagrama Momento-Curvatura pela NBR 6118

A NBR 6118 em seu item 17.3.2.1.1 apresenta uma fórmula para o cálculo de uma rigidez equivalente para avaliação aproximada de flechas imediatas em vigas, baseada na equação proposta por Branson em 1963, que representa o comportamento do concreto entre os estádios I e II. A fórmula é apresentada a seguir:

2.27

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c$$

onde:

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com $\alpha_e = E_s / E_{cs}$;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços;

M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural (dado pela Equação 2.14, porém considera-se para o cálculo do momento de inércia a seção bruta de concreto). O valor do momento deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} é o módulo secante do concreto.

O método para o cálculo do valor do momento de inércia efetivo (I_{eq}) (ou equivalente no caso da NBR 6118) foi originalmente proposto por Branson em 1963 e é adotado também pela norma americana (ACI 318-05). No entanto, esta última indica, no caso de vigas contínuas, que o valor de I_{eq} deve ser tomado como a média dos valores obtidos para os momentos máximos positivo e negativo. A NBR 6118, como mostrado acima, no caso de vigas contínuas, recomenda para o cálculo da inércia equivalente a utilização do momento máximo positivo observado no vão, já os comentários técnicos da referida norma e publicados pelo IBRACON, recomendam o uso de uma média ponderada segundo a equação 2.28, conforme é mostrado na Figura 2.10.

2.28

$$EI_{eq} = \frac{1}{L} \left(EI_{eq1} \cdot a_1 + EI_{eqv} \cdot a_v + EI_{eq2} \cdot a_2 \right)$$

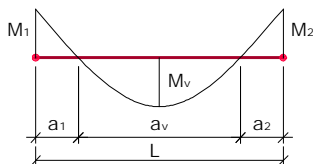


Figura 2.10 – Rigidez equivalente em vigas contínuas pelos Comentários Técnicos da NB-1.

Alguns autores como Ghali (1993), Ghali e Azarnejad (1999) e Gilbert (1999) de certa forma criticam a utilização dessa fórmula empírica, pois se atribuem propriedades geométricas constantes para a seção transversal para um vão inteiro, que possivelmente apresentará regiões mais fissuradas que outras, caracterizando uma variação de rigidez ao longo do elemento que pode ser bastante significativa e que não é contemplada por esse método.

Observaram ainda que esta fórmula pode introduzir erros significativos, particularmente quando a seção transversal tem baixa taxa de armadura e quando a relação M_r/M_a é próxima a 1. Ghali (1993) afirma que a magnitude do erro depende amplamente do formato do diagrama de momentos fletores. Tais questões serão estudadas mais adiante, comparando os resultados obtidos por essa equação com outros procedimentos apresentados neste capítulo.

Neste trabalho o conceito de rigidez equivalente segundo a equação (2.27) será utilizada para a obtenção de diagramas momento-curvatura utilizando as relações mostradas abaixo:

2.29

$$\theta = 1000 \cdot h \cdot \frac{M}{E_{cs} \cdot I_{eq}}$$

2.30

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M} \right)^3 \right] I_{II} \leq I_c$$

onde M é o valor do momento fletor atuante na seção.

O diagrama momento-curvatura é obtido variando-se o valor M na equação (2.29) de zero até o valor do momento de início da plastificação (M_{lp}) (calculado por meio da equação (2.21)), e assim obtendo a respectiva curvatura adimensional (θ). Um exemplo de diagrama construído desta forma é mostrado na Figura 2.11.

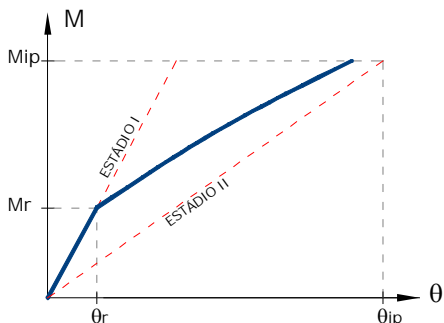


Figura 2.11 – Diagrama momento-curvatura construído a partir das prescrições da NBR 6118.

2.6 Diagrama Momento-Curvatura pelo CEB-FIP Código Modelo

O Código Modelo do CEB-FIP apresenta o seguinte diagrama momento-curvatura (Figura 2.12) para elementos estruturais submetidos à flexão simples:

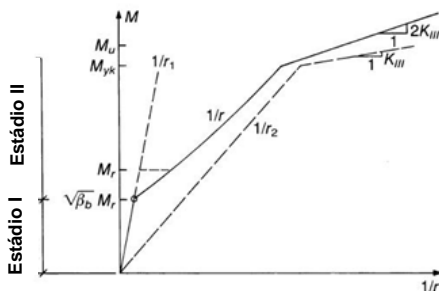


Figura 2.12 - Diagrama momento-curvatura pelo CEB-FIP – flexão simples (CEB,1991).

A curvatura média de qualquer seção de um elemento estrutural pode ser determinada por:

Para o estágio I:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} \quad 2.31$$

Para o Estádio II:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{st}} \quad 2.32$$

2.33

$$\frac{1}{r_{st}} = \left(\frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \left(\frac{M_r}{M} \right)$$

2.34

$$\beta_b = \beta_1 \cdot \beta_2$$

onde:

M é o momento fletor atuante na seção;

M_{yk} é o momento de plastificação;

M_u é o momento último;

$M_r = W_1 \cdot f_{ct}$ é o momento de fissuração da seção;

f_{ct} é a resistência à tração do concreto;

W_1 é o módulo resistente da seção no estágio I;

$1/r_1$, $1/r_{1r}$ são as curvaturas no estágio I correspondentes a M e M_r , respectivamente;

$1/r_2$, $1/r_{2r}$ são as curvaturas no estágio II puro correspondentes a M e M_r , respectivamente;

$1/r_{st}$ corresponde à contribuição do concreto entre fissuras (efeito “*tension stiffening*”);

β_1 é o coeficiente que caracteriza o tipo da barra de armadura, $\beta_1=1$ para barras com ranhuras e $\beta_1=0,5$ para barras lisas;

β_2 é o coeficiente que representa a influência da duração da aplicação ou repetição do carregamento, $\beta_2=0,8$ para o primeiro carregamento e $\beta_2=0,5$ para carregamentos considerando um longo período de tempo ou para um grande número de ciclos de carga.

A Figura 2.13 explica melhor como é obtido o diagrama momento-curvatura sugerido pelo CEB-FIP:

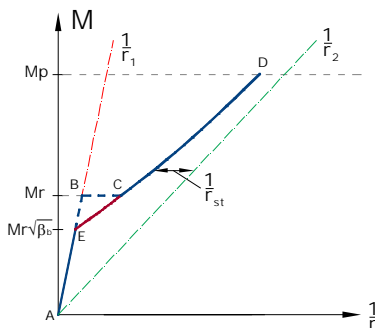


Figura 2.13 - Construção do diagrama momento-curvatura pelo CEB-FIP.

A equação (2.33) define a lei hiperbólica que representa o efeito “*tension stiffening*”, que pode ser entendido como a distância

horizontal entre a linha tracejada que representa o estádio II ($1/r_2$) e a curva AECD mostrada na figura acima.

O CEB-FIP considera que a relação momento-curvatura representada pela curva AECD é mais representativa que a fornecida pelas linhas ABCD. O trecho em vermelho é obtido estendendo-se a curva CD até a linha que representa a relação momento curvatura no estádio I. Dessa forma, considera-se que a rigidez de um elemento estrutural começa a decair para um valor inferior ao momento de fissuração definido por $M_r \sqrt{\beta_b}$. Essa redução no momento de fissuração é adotada pelo CEB-FIP com a finalidade de representar possíveis ações prévias ao carregamento, como a retração do concreto e o efeito da variação da temperatura.

Para estruturas fletidas o valor da resistência à tração do concreto (f_{ct}) assume o valor da resistência à tração média na flexão ($f_{ct,fl}$) dado por:

2.35

$$f_{ct,fl} = f_{ctm} \frac{1 + 1,5 \left(\frac{h_b}{h_0} \right)^{0,7}}{1,5 \left(\frac{h_b}{h_0} \right)^{0,7}}$$

onde:

$f_{ctm} = 1,4(f_{ck}/10)^{2/3}$ é a resistência a tração média do concreto (em MPa);

h_b é a altura da seção transversal em mm;

$h_0 = 100$ mm.

Leonhardt afirma que a resistência à tração em vigas submetidas à flexão decresce com o aumento da altura das mesmas. Este efeito pode ser explicado devido à redução do gradiente de tensões. De fato, este efeito é considerado pelo CEB-FIP por meio da formulação apresentada acima.

O gráfico da Figura 2.14 a seguir mostra a relação entre a resistência à tração na flexão e a altura da seção dada pela equação (2.35), onde nos eixos das abscissas preferiu-se plotar o fator que multiplica f_{ctm} do que o valor da resistência à tração na flexão ($f_{ct,fl}$).

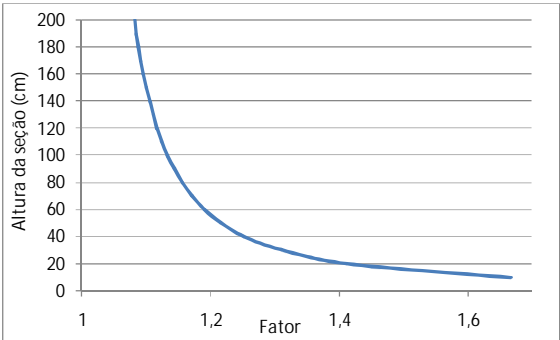


Figura 2.14 - Diagrama altura da seção x resistência à tração na flexão

2.7 Exemplos de Diagramas Momento-Curvatura

São apresentados alguns exemplos de diagramas momento-curvatura fazendo um comparativo dos resultados obtidos por meio das diferentes bibliografias apresentadas anteriormente. Os diagramas mostrados no presente item foram gerados pelo módulo não linear implementado no programa.

2.7.1 Variação da Taxa de Armadura

Realizou-se um estudo paramétrico variando-se a taxa de armadura da seção transversal mostrada abaixo, conforme a Tabela 2.1.

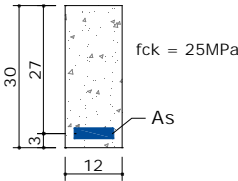


Figura 2.15 – Seção transversal – Estudo da variação da taxa de armadura.

Tabela 2.1 – Variação da taxa de armadura.

ρ	0,20%	0,30%	0,40%	0,50%
A_s (cm ²)	0,72	1,08	1,44	1,80
ρ	0,60%	0,70%	0,80%	0,90%
A_s (cm ²)	2,16	2,52	2,88	3,24

Os diagramas são mostrados na Figura 2.16.

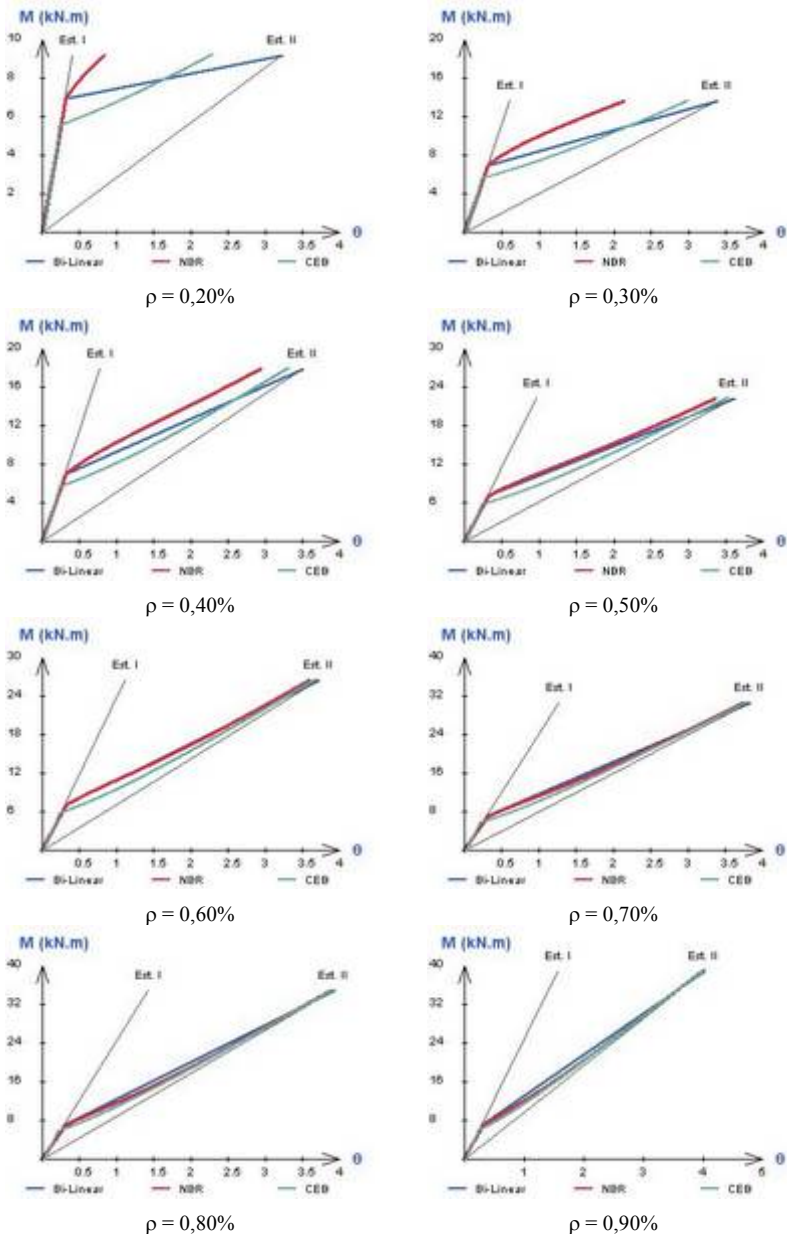


Figura 2.16 – Diagramas momento-curvatura – Variação da taxa de armadura.

Observando a Figura 2.16 constata-se que a rigidez do trecho não

fissurado apresentado pelos três tipos de diagramas são praticamente iguais, apesar dos maiores módulos de elasticidade e resistência média do concreto à tração e à compressão prescritos pelo CEB Model Code em relação aos valores estipulados pela NBR 6118, e que foram utilizados nos demais diagramas.

Uma outra diferença que pode ser observada é que para o diagrama obtido pelo CEB Model Code a rigidez começa a decair para valores de momento menores que os outros diagramas. Isto se deve a um fator que multiplica o valor do momento de fissuração e que tem o intuito de representar os efeitos da retração do concreto e da variação da temperatura.

Observa-se que para taxas de armadura abaixo de 0,50% o diagrama obtido por meio da fórmula de Branson e indicada pela NBR 6118 destoa de modo considerável da curva dada pelo CEB Model Code, fornecendo uma rigidez secante maior para o mesmo nível de esforço. O diagrama simplificado (bi-linear) para baixas taxas de armadura também apresenta diferenças em relação ao gráfico do CEB Model Code.

Para seções com taxas de armadura ainda maiores o efeito “*tension stiffening*” tende a diminuir, por isso os três modelos estudados não apresentaram diferenças significativas. Note-se que quanto maior a taxa de armadura maior é a proximidade das curvas com reta do Estádio II. Deste modo, pode-se afirmar que quando a taxa de armadura cresce a contribuição do concreto entre fissuras decresce.

Mais a frente serão estudados exemplos para verificar-se a influência dessas diferenças observadas nos diagramas momento-curvatura nos valores dos esforços.

2.8 Utilização dos Diagramas Momento-Curvatura Por meio do Procedimento Iterativo

Para a utilização dos diagramas momento-curvatura como forma de se levar em conta o comportamento conjunto não linear do concreto com o aço em um programa que realiza análise linear de vigas contínuas, é necessário que a estrutura seja dividida em diversas barras, conforme Figura 2.17, pois cada trecho da estrutura está submetida a níveis de esforços diferentes, que apresentarão conseqüentemente graus de fissuração distintos e por isso diferentes rigidezes.

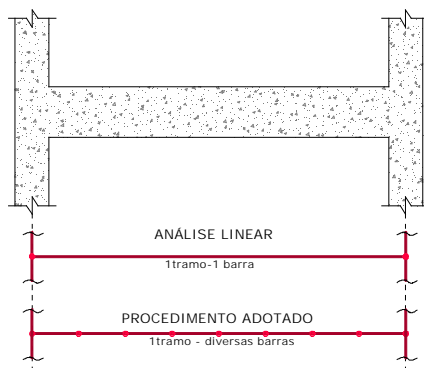


Figura 2.17 – Discretização do Elemento Estrutural.

É importante que a discretização da estrutura seja adequada para que se possa ter uma boa aproximação do comportamento não linear do concreto armado, distinguindo quais trechos da estrutura analisada já estão fissurados e não possuem mais a rigidez de um trecho íntegro. Esta discretização também é necessária para representar de maneira apropriada as mudanças na armadura ao longo da estrutura que se deseja analisar.

Anteriormente à utilização do procedimento não linear, é necessário que a estrutura tenha sido dimensionada. Após definidos os dados de geometria e armadura da seção transversal os diagramas momento-curvatura podem ser então construídos para cada barra a partir das teorias descritas nos itens anteriores.

Posteriormente, a partir dos esforços em cada barra provenientes inicialmente da análise linear e dos diagramas gerados anteriormente calcula-se um novo valor para a rigidez secante de cada elemento, assim como é mostrado graficamente na Figura 2.18.

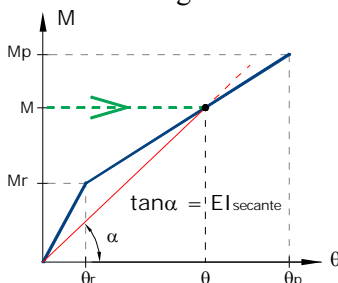


Figura 2.18 – Rigidez secante.

Altera-se então o valor da rigidez do elemento e resolve-se

matricialmente a estrutura novamente obtendo-se novos esforços e deslocamentos. Esse procedimento é repetido até que não existam diferenças significativas entre os resultados obtidos entre uma iteração e outra, sendo verificada a convergência em todos os nós da estrutura.

2.9 Análise Linear com Redistribuição de Esforços

Como grande parte das estruturas apresentadas nesta dissertação (Capítulo 5) foi dimensionada considerando uma parcela de plastificação dos momentos sobre os apoios, compilou-se de forma resumida as prescrições da NBR6118 sobre este assunto.

Em seu item 14.5.3, a norma define que nas análises lineares com redistribuição, as solicitações determinadas por meio da análise linear são redistribuídas na estrutura para combinações de ações do Estado Limite Último. Quando se opta por este tipo de análise as seguintes condições devem ser atendidas:

- Devem ser obrigatoriamente atendidas as condições de equilíbrio e de ductilidade;
- Os esforços internos devem ser recalculados sendo garantido o equilíbrio de todos os elementos estruturais e também da estrutura como um todo;
- Os efeitos provocados pela redistribuição de esforços devem ser levados em conta em todos os aspectos do projeto, incluindo condições de ancoragem, corte das armaduras e esforços a ancorar.

A referida norma permite que as verificações de combinações do Estado Limite de Serviço sejam realizadas por meio da análise linear sem redistribuição, entretanto, sugere que de um modo geral, não é aconselhável que exista redistribuição de esforços em serviço.

Este é um dos principais objetivos deste trabalho, verificar por meio da análise não linear se existem redistribuições significativas em serviço nas estruturas dimensionadas com redistribuição de esforços.

No item 14.6.4.3 a norma apresenta os limites para redistribuição dos momentos e define as condições de ductilidade. Segundo a NBR 6118, a ductilidade pode ser entendida como a capacidade de rotação dos elementos estruturais, e é função da posição da linha neutra no Estado Limite Último. Esta capacidade é inversamente proporcional a relação x/d . Desta forma, a norma limita esta relação, mesmo quando não são consideradas redistribuição de esforços solicitantes, nos seguintes valores:

- $x / d \leq 0,50$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa;

- $x / d \leq 0,40$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa.

Nos casos em que for realizada a redistribuição de esforços, multiplicando-se o momento fletor em uma determinada seção transversal por um coeficiente redutor δ , a relação entre este coeficiente e x/d para o momento reduzido é dada por:

- $\delta \geq 0,44 + 1,25x / d$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa;
- $\delta \geq 0,56 + 1,25x / d$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa.

O coeficiente δ de redistribuição deverá respeitar os seguintes limites:

- $\delta \geq 0,90$ para estruturas de nós móveis;
- $\delta \geq 0,75$ em qualquer outro caso.

A NBR 6118 admite uma redistribuição fora dos limites apresentados anteriormente, desde que a estrutura seja calculada por meio da análise não linear ou da análise plástica, com verificação da capacidade de rotação de rótulas plásticas.

3. BARRAGENS DE ENROCAMENTO COM FACE DE CONCRETO

Neste capítulo será apresentada uma visão geral dos principais aspectos que envolvem o projeto de Barragens de Enrocamento com Face de Concreto, abordando principalmente a laje de vedação do barramento.

3.1 Generalidades

Barragens de enrocamento são constituídas por um conjunto de blocos de rocha justapostos, construído em camadas compactadas, que formam o corpo principal da estrutura. Como o maciço formado pelo enrocamento possui grande permeabilidade é necessário um elemento de vedação. Este pode ser de dois tipos: interno, onde geralmente é constituído por um núcleo de solo argiloso compactado, ou externo, situado a montante do barramento onde a solução mais comumente adotada é a face de concreto. Este segundo tipo, é a opção mais viável em locais onde não há disponibilidade de solos com características adequadas para serem utilizados como núcleo.

A implantação de Barragens de Enrocamento com Face de Concreto (BEFCs) tem sido bastante difundida na atualidade. Segundo Sherard e Cooke (2004) os motivos que contribuem para a adoção desse tipo de solução de engenharia estão relacionados com o bom desempenho destas barragens em relação a todos os pontos de vista técnicos, e, por muitas vezes, proporcionarem os menores custos (até mesmo quando há disponibilidade de material para ser aplicado no núcleo).

A seguir é apresentada uma vista da face de concreto e uma seção transversal de uma barragem genérica.

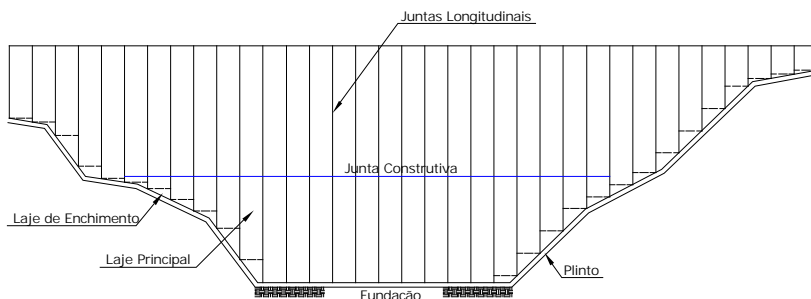


Figura 3.1 - Vista geral da face de concreto de uma BEFC. Adaptado de Cruz (1996).

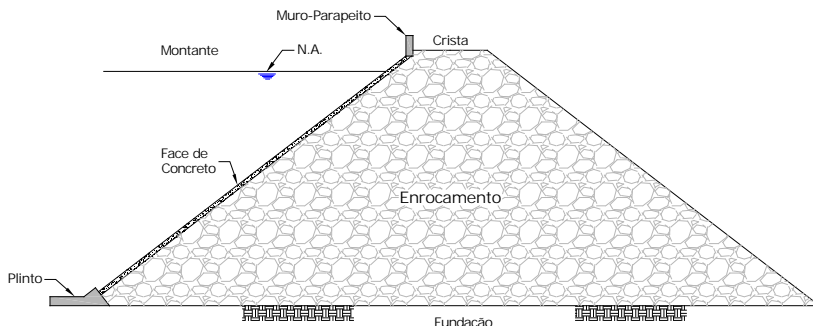


Figura 3.2 – Seção transversal de uma barragem de enrocamento com face de concreto.

3.2 Maciço de Enrocamento

O maciço de enrocamento na maioria dos casos é construído com os materiais disponíveis no sítio de implantação da barragem. Este material deve ser disposto na seção transversal da barragem de modo a configurar, na região de montante, uma zona de enrocamento de melhor qualidade.

Sherard e Cooke (2004) afirmam:

“Para Barragem de Enrocamento com Face de Concreto, todo o maciço de enrocamento situa-se a jusante do plano de atuação do empuxo da água. A largura da base do maciço é maior que 2,6 vezes sua altura e, essencialmente, todo o empuxo da água é transmitido à fundação na área a montante do eixo da barragem. [...]”

Segundo a Eletrobrás (2003), além do material ser de melhor qualidade na zona a montante do eixo da barragem, este deve ser compactado com molhagem e em camadas que não ultrapassem 1,0m de espessura. Na região mais a jusante são empregados enrocamentos de qualidade mais baixa e compactados em camadas de até 1,60m. Junto ao paramento de jusante, é compactada uma faixa que varia de 6 a 8m de enrocamento de melhor qualidade, com o objetivo de proteger zonas sujeitas à ação do tempo.

Para padronizar essas regiões de enrocamento de melhor e pior qualidade, adota-se geralmente um zoneamento para a seção transversal da barragem, conforme é apresentado por Sherard e Cooke (2004) e mostrado na Figura 3.3.

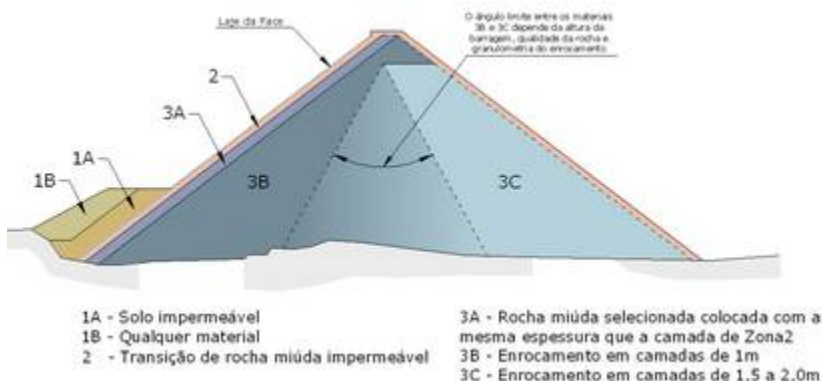


Figura 3.3 – Zoneamento Característico de BEFC. (Adaptado de Sherard e Cooke (2004)).

3.2.1 Zona 1

É composta por materiais impermeáveis, não fazendo parte do enrocamento propriamente dito. Esta zona tem a função de proteger a junta perimetral e a face de concreto, estancando qualquer infiltração caso ocorra alguma fissura ou abertura de junta. Existem algumas barragens que não possuem esta porção do enrocamento.

Esta zona é formada por duas sub-zonas denominadas 1A e 1B, a primeira preferencialmente executada com silte, que tem realmente a função de vedação e a segunda constituída por material de bota-fora com a função de garantir a estabilidade da zona 1A.

3.2.2 Zona 2

Situada logo abaixo da face de concreto, consiste em uma camada de filtro ou transição. Segundo Sherard e Cooke (2004) sua principal função é servir de suporte para a laje de concreto, transferindo as tensões atuantes na face para o enrocamento. Porém modernamente alterou-se a proporção de materiais constituintes dessa Zona, acrescentando-se uma quantidade de areia e finos suficiente para melhorar a trabalhabilidade, obtendo um material com baixa permeabilidade e com granulometria próxima de um material para filtro.

Os autores supracitados afirmam:

“Tal granulometria selecionada para a Zona 2 estabelece uma barreira semi-impermeável, evitando grandes vazamentos, mesmo que o percurso do vazamento se desenvolva atravessando uma trinca na laje de concreto ou um veda junta defeituoso. A propriedade de semi-impermeabilidade é de grande

valor nas proximidades da junta perimetral e também até a cota que pode subir o nível d'água do reservatório durante a retenção de uma cheia, na fase do desvio e antes da construção da face de concreto.”

A Zona 2 é compactada em camadas de 40 ou 50 cm de espessura com um rolo vibratório liso de 10tf (100kN), que passa inicialmente de baixo para cima ao longo do talude sem vibração por algumas vezes, seguida de mais quatro passadas com o rolo vibrando.

3.2.3 Zona 3

A Zona 3 constitui o enrocamento principal e é formado por 3 sub-zonas, denominadas 3A, 3B e 3C (Figura 3.3). Esta zona é construída de tal forma a criar um gradiente de permeabilidade e compressibilidade na direção montante-jusante, e para tanto, as camadas mais a montante são compactadas com espessuras menores que as camadas mais a jusante.

Sobre a permeabilidade do maciço Sherard e Cooke (2004) afirmam:

“O aumento da permeabilidade a partir da Zona 2, progressivamente por meio das Zonas 3A, 3B e 3C é conveniente durante a construção caso ocorra uma enchente antes que a face de concreto esteja construída. Após a construção da face de concreto, não há problema com a face que possa causar maior percolação do que o enrocamento possa suportar sem dano.”

A Zona 3A pode ser interpretada como uma transição entre a Zona 2 e o enrocamento propriamente dito. Sua principal função é preencher os espaços vagos limitando o carreamento de materiais da Zona 2 para os grandes vazios do enrocamento principal.

A Zona 3B constitui-se basicamente na porção a montante do eixo do barramento e necessita ter baixa compressibilidade, pois é a região do enrocamento responsável por transmitir o empuxo de água à fundação provocado pelo reservatório. A baixa compressibilidade nesta região também é desejável para minimizar os recalques da face de concreto. Segundo Sherard e Cooke (2004) maciços construídos em camadas de compactação de até um metro de espessura e com quatro passadas de rolo vibratório liso de 10tf (100kN) tem apresentado um desempenho satisfatório.

A Zona 3C, situada mais a jusante é construída com camadas mais espessas (entre 1,5 e 2m), pois esta recebe uma parcela desprezível da carga devido ao enchimento do reservatório e, portanto, sua

compressibilidade pouco influência nos deslocamentos da laje da face. A construção da Zona 3C com camadas mais espessas possibilita uma redução substancial nos custos da construção do barramento devido ao menor desgaste sofrido pelos equipamentos utilizados na compactação das camadas.

3.3 Face de Concreto

A face de concreto é uma estrutura formada por vários panos de lajes, e é responsável unicamente por promover a vedação do barramento, não possuindo uma função estrutural propriamente dita.

O enrocamento, embora tenha sido projetado para resistir a todos os esforços provocados pela pressão da água do reservatório e de apresentar um comportamento estável, mostra-se deslocável em duas fases de sua vida: fase construtiva e fase de enchimento do lago.

Dessa forma, principalmente na fase de enchimento, o maciço está sujeito a deslocamentos diferenciais em diferentes regiões do enrocamento, resultando em deformações na face à montante, às quais a laje de concreto deve se adaptar. A laje está, portanto, submetida a deslocamentos impostos.

Alguns autores defendem a idéia que o comportamento estrutural da face de concreto é definido pelo modelo de membrana, em que a mesma deveria se conformar ao deslocamento do enrocamento resistindo aos esforços de tração e compressão por ele provocados principalmente na fase de enchimento da barragem.

Recentemente tem-se observado infiltrações por meio da face de concreto em algumas barragens. Estes eventos têm estimulado o estudo do comportamento do enrocamento e da laje, como forma de minimizar as infiltrações, porém existem ainda poucos estudos sobre este assunto.

3.3.1 Critérios de Projeto da Laje de Concreto da Face

Os critérios de projeto utilizados para dimensionamento dessas lajes são basicamente empíricos e baseados em experiências de obras anteriores, que apresentavam alturas bastante modestas frente aos projetos que vêm sendo executados atualmente. Em algumas barragens com alturas elevadas, tem se verificado um certo grau de fissuração aumentando a percolação de água dentro do corpo da barragem. Deste modo, esses critérios parecem não fornecer dimensionamentos que representem de maneira satisfatória o efeito de membrana inicialmente idealizado.

A seguir são apresentados os critérios de projeto de lajes de

barragens de enrocamento com face de concreto atualmente em uso.

- Critérios para a determinação da espessura da laje:

Muitos autores utilizam a expressão 3.1 para a determinação da espessura da laje.

3.1

$$t = 0,30 + 0,002h$$

onde:

t é a espessura da laje em metros;

h é a altura da barragem mediada em metros a partir do

topo.

Outras expressões utilizadas são:

3.2

$$t = 0,30 + 0,00357h$$

3.3

$$t = 0,30 + 0,001h$$

- Critérios para a determinação da armadura da seção transversal:

As taxas de armadura utilizadas variam de 0,7% a 0,4%. No Brasil, muitas barragens foram construídas com taxa de armadura de 0,5% da seção transversal. Esses valores são utilizados na prática, tendo em vista que a armadura não é dimensionada para resistir a esforços axiais e de flexão. Tem a função de controlar a fissuração, a retração do concreto e de absorver esforços de tração devido ao modelo de membrana adotado para a laje. O posicionamento da armadura é centralizada na seção transversal, também em função do efeito de membrana.

Estas lajes não possuem seção constante ao longo da altura do barramento, são mais espessas na base e mais finas no topo (próximo à crista). O aumento da espessura da laje ao longo da altura da barragem, segundo estes critérios, se deve ao aumento da carga hidrostática, o que exigiria uma maior espessura para garantir a estanqueidade do barramento.

Observando as equações apresentadas acima, percebe-se que a espessura da laje é função da altura da barragem, logo barragens mais altas acarretam em lajes mais espessas.

Loriggio e Senem (2003) fizeram uma análise crítica dos critérios de projeto em uso para o dimensionamento de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto. Realizaram análises numéricas do conjunto laje-enrocamento e verificaram que a estrutura está submetida a esforços normais e de flexão consideráveis. Concluíram que o aumento da espessura da laje em função da altura do barramento pode

acarretar em um aumento significativo dos esforços de flexão, para os quais as lajes não foram dimensionadas, agravando o problema da fissuração nessas estruturas. Dessa forma, propõem que novos critérios para o projeto de lajes sejam criados, considerando-se que estas devam se adaptar aos deslocamentos do enrocamento e que resistam às solicitações normais a que estarão submetidas.

3.4 Plinto

Na base do enrocamento existe uma estrutura denominada plinto que tem como função servir de apoio para as lajes na fundação e nas ombreiras, se estendendo por toda a borda inferior da face de concreto, formando uma junta no contato entre as superfícies dessas duas estruturas denominada junta perimetral.

O plinto é apoiado comumente sobre rocha sã, dura, não erodível e injetável, a qual recebe um tratamento similar ao utilizado nas fundações de estruturas de concreto. Este tratamento é feito após a abertura de uma trincheira na rocha até determinada profundidade considerada aceitável, de modo a eliminar a possibilidade de erosão ou *piping* na fundação.

A escavação da trincheira deve ser efetuada de modo a tornar mínimo o fraturamento da superfície da rocha, onde será assente o plinto. Anteriormente ao lançamento do concreto, a rocha deve ser tratada com jato de ar ou ar e água com o objetivo de se obter uma superfície de contato que facilite a aderência do concreto à fundação.

Segundo Sherard e Cooke (2004), a largura do plinto apoiado sobre rocha dura e injetável pode variar de $1/20$ a $1/25$ da altura da coluna d'água do reservatório. Segundo a Eletrobrás (2003), a largura do plinto deverá ser da ordem de $1/20$ a $1/10$ da altura de pressão de água, dependendo da qualidade da rocha de fundação.

A espessura indicada em projeto comumente é igual à espessura da laje da face. Ainda segundo Sherard e Cooke (2004) as sobre-escavações e a topografia irregular proporcionam espessuras maiores que as espessuras mínimas de projeto (que variam entre 0,3m a 0,4m) sendo geralmente adequadas para a maioria dos plintos.

3.5 Juntas

Existem dois tipos de juntas nas BEFCs, as juntas verticais e a junta perimetral que se desenvolve no contato com o plinto. As juntas verticais, presentes na face de concreto, são espaçadas entre 12 e 18m. Atualmente as juntas horizontais existentes são apenas decorrentes do processo construtivo (juntas secas), quando há necessidade de

interromper a concretagem.

As juntas verticais situadas na parte central do barramento tem tendência a fechar devido aos deslocamentos sofridos pelo enrocamento que comprimem a região central da face de concreto. O oposto ocorre com as juntas situadas nas regiões próximas às ombreiras e a junta perimetral, onde os deslocamentos do barramento tracionam a laje de vedação fazendo com que as juntas tendam a abrir.

Segundo a Eletrobrás (2003), nas juntas situadas na parte central deve ser utilizada como elemento de vedação apenas uma placa metálica de cobre ou aço inoxidável, sendo a superfície da junta no fundo da laje tratada com uma pintura betuminosa.

Na junta perimetral e nas juntas próximas às ombreiras são utilizados dois mecanismos de vedação, um na face e outro no fundo da laje. O veda junta situado no fundo da laje é similar ao utilizado para as juntas centrais. O veda junta superior é composto por um mastique confinado por uma manta de borracha reforçada, conforme é mostrado na Figura 3.4 e Figura 3.5.

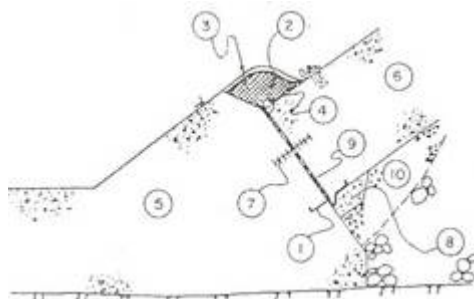


Figura 3.4 – Detalhe da junta perimetral. (Pinto e Mori, 1989). 1-Veda junta de cobre; 2- Mastique; 3- Membrana de PVC; 4- Cilindro de neopreme; 5- Plinto; 6- Face de concreto; 7- Veda junta de PVC; 8- Berço de areia-asfalto; 9- Espaçador de madeira; 10- Zona de granulometria especial.

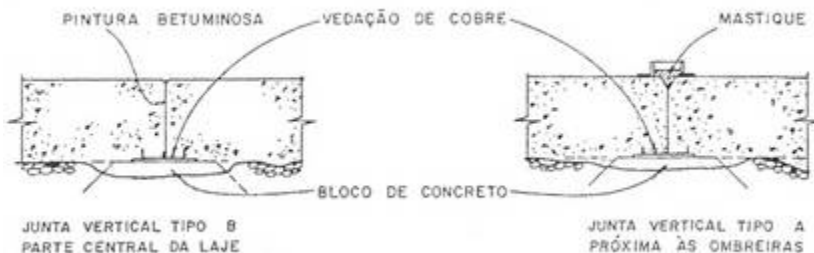


Figura 3.5 – Detalhe das juntas verticais. (CBGB/CIGB/ICOLD,1982).

3.6 Crista e Muro-Parapeito

Segundo a Eletrobrás (2003), a crista de uma BEFC pode ter largura variando entre 7 e 10m.

Acima da crista, situa-se uma estrutura denominada muro-parapeito, que pode variar de 3 a 5 m de altura, tendo por função conter a subida das ondulações do reservatório que ocorre devido à superfície da face de concreto ser lisa e plana. Por vezes a face de montante desse muro pode ser construída com formato curvo a fim de facilitar o retorno das ondas ao reservatório.

Nas barragens atuais o muro-parapeito é concebido como um muro de arrimo onde é apoiado parte do enrocamento, reduzindo assim o volume da barragem.

3.7 Estruturas Submetidas a Deslocamentos Impostos

O módulo não linear que gera os diagramas momento-curvatura de seções transversais de concreto armado pode ser utilizado na determinação de esforços solicitantes em lajes de barragens de enrocamento com face de concreto.

Este tipo de estrutura pode ser estudado por meio de elementos de barras, pois é composto por diversas faixas que possuem a direção longitudinal muito mais extensa frente a direção transversal, (existem diversas juntas verticais ao longo do comprimento do barramento) constituindo-se dessa forma na direção principal da laje (Figura 3.1).

No entanto, estas necessitam de um procedimento diferenciado das estruturas usuais para a sua análise. São estruturas que não estão submetidas a carregamentos, mas sim a deslocamentos impostos. A laje não contribui, em termos resistentes, para a contenção do reservatório, e tem função de vedação. Entretanto, deve se adaptar aos deslocamentos finais do enrocamento, estando sujeita, portanto, a deslocamentos impostos. Outro tipo de estrutura que possui interesse prático nesse tipo de análise são os pavimentos de concreto armado.

Conhecida a deformada completa da laje (por meio de análises numéricas do enrocamento, ou por meio dos dados da instrumentação, no caso de uma retro-análise), podem ser determinados, ponto a ponto, as curvaturas a que a laje está submetida, conforme é mostrado no item 3.7.1. Essas curvaturas podem ser usadas no diagrama momento curvatura, da correspondente seção da laje, para determinar diretamente os esforços solicitantes.

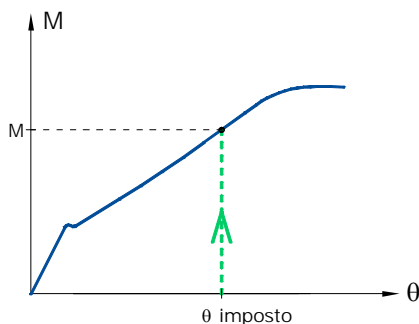


Figura 3.6 – Processo de determinação de momento fletores por meio de curvaturas impostas.

Loriggio e Senem (2003) realizaram análises das barragens de Itá e Machadinho, por meio do Método dos Elementos Finitos, simulando a fase de enchimento do reservatório. Fizeram uso de dois modelos: um que contemplava o conjunto laje-enrocamento, e o outro somente com o enrocamento. Perceberam, a partir desses estudos, que a laje pouco contribui na rigidez a flexão do enrocamento, quase não alterando os deslocamentos perpendiculares à direção do barramento. Dessa forma, mostraram que é válida a análise do comportamento à flexão das lajes de vedação das barragens de enrocamento com face de concreto por meio da imposição de deslocamentos.

Fizeram o estudo das lajes dessas barragens, utilizando esta metodologia, considerando primeiramente um comportamento elástico linear para a laje, obtendo um limite superior para os esforços. Posteriormente utilizaram uma inércia no estágio II para as barras como forma de considerar a fissuração, e, desse modo, obter um limite inferior. O que se pretende com esta dissertação é dar continuidade ao trabalho supracitado, introduzindo uma rigidez proporcional ao nível de solicitação para cada trecho da laje a partir de diagramas momento-curvatura.

Existem algumas particularidades no comportamento dessas estruturas, como por exemplo, eventuais escorregamentos entre a laje e o enrocamento e o efeito do esforço normal que não serão considerados neste trabalho.

3.7.1 Cálculo das Curvaturas a partir dos Deslocamentos

Analisando o elemento infinitesimal de viga da Figura 3.7 é possível encontrar a relação entre deslocamentos e curvaturas, utilizadas para a obtenção dos momentos atuantes na laje.

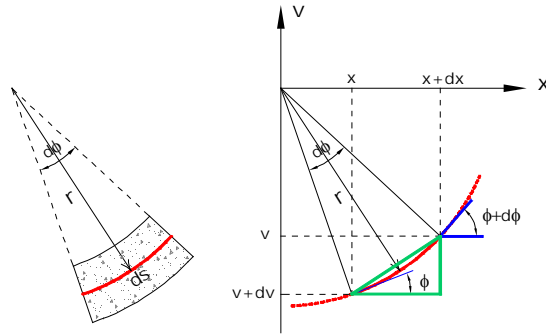


Figura 3.7 – Elemento infinitesimal de viga – Relação entre deslocamentos e curvaturas.

Aproximando o comprimento de arco ds da hipotenusa do triângulo de catetos dx e dv , tem-se:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dv^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2} dx \quad 3.4$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{dv}{dx} \rightarrow \phi = \arctg\left(\frac{dv}{dx}\right) \quad 3.5$$

Lembrando que a curvatura é definida pelo inverso do raio de círculo r , e que esta pode ser obtida em função do ângulo $d\phi$ em radianos:

$$\frac{1}{r} = \frac{d\phi}{ds} \quad 3.6$$

Substituindo as equações 3.4 e 3.5 na equação 3.6, obtém-se:

$$\frac{1}{r} = \frac{\operatorname{darctg}(dv/dx)}{\sqrt{1 + (dv/dx)^2} \cdot dx} \quad 3.7$$

$$\frac{1}{r} = \frac{(d^2v/dx^2) dx}{1 + (dv/dx)^2} = \frac{d^2v/dx^2}{\left[1 + (dv/dx)^2\right]^{3/2}} \quad 3.8$$

Onde dx/dv representa a inclinação da linha elástica. Para o

problema analisado, assume valores bem pequenos, logo:

3.9

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 \cong 0$$

Desta forma a relação entre deslocamentos e curvaturas fica descrita por:

3.10

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2v}{dx^2}$$

O cálculo das curvaturas ponto a ponto por meio dos dados de deslocamentos da face da barragem e por meio da equação 3.10 foi realizado no módulo não linear por meio do método das diferenças finitas, que consiste em um método de derivação numérica, o qual é exposto resumidamente a seguir.

Supondo que a função $v=f(x)$ represente a deformada da estrutura, onde o valor dos deslocamentos para os pontos x_1 a x_5 são conhecidos, conforme a figura abaixo:

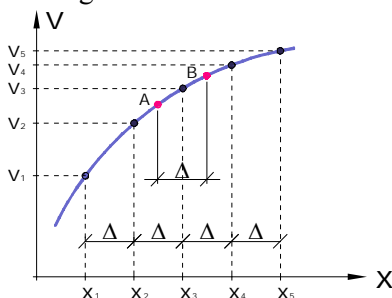


Figura 3.8 – Método das Diferenças Finitas.

A primeira derivada no ponto x_3 , por exemplo, pode ser expressa por:

3.11

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)_3 = \frac{v_4 - v_2}{2\Delta}$$

Tomando como apoio os pontos auxiliares A e B, cujas primeiras derivas são conhecidas, obtém-se a curvatura no ponto x_3 :

3.12

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_3 = \frac{(dv/dx)_A - (dv/dx)_B}{\Delta} = \frac{(v_4 - v_3)/\Delta - (v_3 - v_2)/\Delta}{\Delta}$$

O ponto de extremidade, neste caso específico, onde se admite o

encontro da laje com o plinto funcionando como uma rótula, e, portanto com momento fletor igual a zero, pode ser resolvido utilizando-se um ponto fictício e de valor igual e com sinal contrário, conforme é mostrado na Figura 3.9.

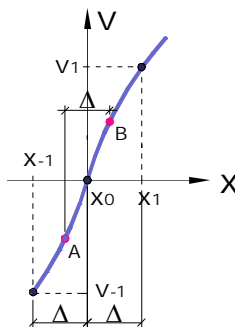


Figura 3.9 – Método das Diferenças Finitas – Ponto de Extremidade.

Neste caso a segunda derivado no ponto x_0 , seria dada por:

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_0 = \frac{(dv/dx)_A - (dv/dx)_B}{\Delta} = \frac{(v_1 - v_0)/\Delta - (v_0 - v_{-1})/\Delta}{\Delta} = 0$$

Deste modo, ficam definidas as relações necessárias, a serem implementadas no programa para a obtenção das curvaturas por meio dos dados de deslocamentos da face.

4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O principal recurso utilizado no desenvolvimento do presente trabalho constitui-se num programa computacional que realiza a análise estrutural de vigas contínuas de concreto armado considerando a não-linearidade dos materiais para níveis de carregamento em serviço. As rotinas foram desenvolvidas em linguagem de programação basic, onde se fez uso do software REALbasic e de um programa de pórtico plano elaborado com recursos de linguagem orientada ao objeto, pelo professor orientador.

4.1 Análise matricial

A Análise Matricial de Estruturas é utilizada para a o cálculo de esforços e deslocamentos de estruturas reticuladas, utilizando-se de métodos matriciais para a resolução da estrutura.

Dentre os métodos existentes, o Método da Rigidez ou Método dos Deslocamentos é o mais utilizado nos programas computacionais. Sua implementação é facilitada por existir apenas um sistema principal, ao contrário do Método das Forças, onde são possíveis diferentes sistemas principais. Neste item será apresentada uma pequena explanação sobre o método, já que este é o utilizado pelo programa e por existirem diversas bibliografias consagradas que tratam do assunto.

O Método da Rigidez consiste na determinação dos deslocamentos nodais inicialmente e a partir destes através da resolução das equações de equilíbrio, são definidos os esforços solicitantes e as reações de apoio.

Pela resolução do sistema abaixo ficam conhecidos os deslocamentos da estrutura e as reações de apoio:

$$[K] \cdot [\delta] = \{F\} - \{F_0\} \quad 4.1$$

onde:

$[K]$ é a matriz de rigidez da estrutura;

$[\delta]$ é o vetor de deslocamentos nodais da estrutura;

$\{F_0\}$ é o vetor de imobilização dos nós da estrutura;

$\{F\}$ é o vetor formado pelas cargas externas aplicadas nos nós e pelas reações de apoio.

Com a resolução dos deslocamentos encontram-se os esforços nas extremidades das barras para o sistema global. Para que a análise possa ser completada transformam-se esses esforços para o sistema local de coordenadas. As equações que compreendem o procedimento descrito acima são apresentadas a seguir:

4.2

$$\{S\} = [r] \cdot \{d\} + \{S_0\}$$

4.3

$$\{S\} = [T] \cdot \{S\}$$

onde:

$\{S\}$ é o vetor de esforços nas extremidades da barra no sistema global;

$[r]$ é a matriz de rigidez da barra no sistema global;

$\{d\}$ é vetor de deslocamentos nodais da barra no sistema global;

$\{S_0\}$ é o vetor de imobilização dos nós da barra, é formado pelos esforços gerados nas suas extremidades devido aos carregamentos atuantes na barra;

$\{S\}$ é o vetor de esforços nas extremidades das barras no sistema local.

4.2 Funcionamento do Módulo Não Linear

Na consideração da não-linearidade física do concreto armado implementou-se um módulo não linear em um programa de pórtico plano já desenvolvido anteriormente pelo professor orientador.

Para a utilização deste módulo, é necessário que previamente a estrutura já tenha sido dimensionada e que sua armadura já tenha sido detalhada.

A entrada de dados da estrutura é feita no programa via arquivo texto. Neste arquivo de entrada, a estrutura deve ser devidamente discretizada em número de barras suficiente para o bom funcionamento do programa, assim como comentado no item 2.8. A janela de entrada de dados é mostrada na Figura 4.1

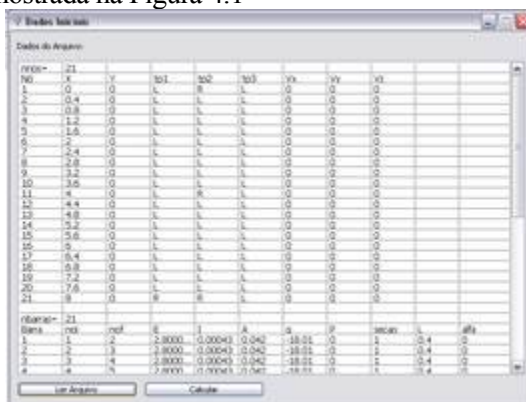
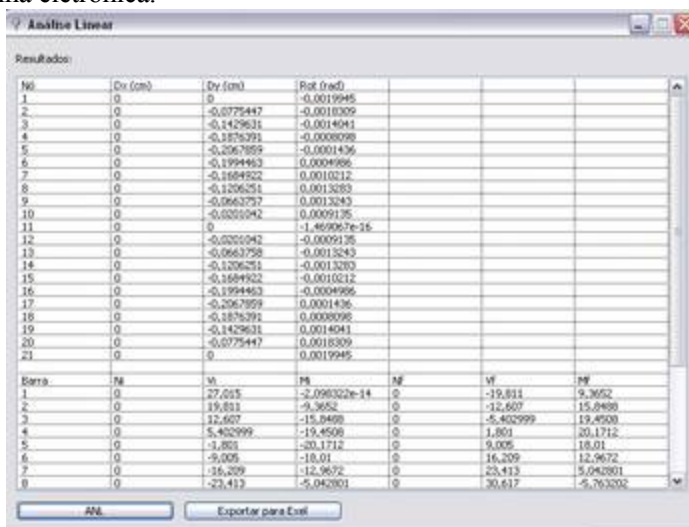


Figura 4.1 – Janela de entrada de dados.

A estrutura é então resolvida matricialmente, com os dados iniciais de módulo de elasticidade, inércia e área das barras, gerando resultados elástico-lineares, os quais são apresentados em forma de tabela pelo programa (Figura 4.2), podendo ser exportados para uma planilha eletrônica.



No	Dx (cm)	Dy (cm)	Rot (rad)
1	0	0	-0.0019945
2	0	-0.0775447	-0.0010309
3	0	-0.1429631	-0.0014041
4	0	-0.1875391	-0.0008098
5	0	-0.2067859	-0.0001436
6	0	-0.1994463	0.0004966
7	0	-0.1684922	0.0010212
8	0	-0.1206251	0.0013283
9	0	-0.0663727	0.0013243
10	0	-0.0201042	0.0009135
11	0	0	-1.463067e-16
12	0	-0.0201042	-0.0005126
13	0	-0.0663728	-0.0013243
14	0	-0.1206251	-0.0013283
15	0	-0.1684922	-0.0010212
16	0	-0.1994463	-0.0004966
17	0	-0.2067859	0.0001436
18	0	-0.1875391	0.0008098
19	0	-0.1429631	0.0014041
20	0	-0.0775447	0.0018309
21	0	0	0.0019945

Barras	Nb	A	I	AE	VI	PI
1	0	27.035	-2.096322e-14	0	-19.811	9.3052
2	0	19.811	-9.3652	0	-12.607	15.8488
3	0	12.607	-15.8488	0	-5.402999	19.4500
4	0	5.402999	-19.4500	0	1.801	20.1712
5	0	-1.801	-20.1712	0	9.005	18.01
6	0	-9.005	-18.01	0	16.209	12.9672
7	0	-16.209	-12.9672	0	23.413	5.042801
8	0	-23.413	-5.042801	0	30.617	-5.763202

Figura 4.2 – Janela de Resultados da Análise Linear.

Por meio dos dados de entrada, onde são informadas as dimensões e áreas de aço de cada seção transversal de cada barra, após a análise linear, são gerados pelo módulo em questão, diagramas momento-curvatura de acordo com a escolha do usuário: diagrama bi-linear, diagrama pela NBR6118 (Branson) e diagrama pelo CEB-FIP (Figura 4.3). Estes são montados de acordo com as teorias apresentadas no segundo capítulo, e podem ser visualizados para cada seção separadamente ou em conjunto, para que se possa perceber as diferenças entre os diagramas (Figura 4.4).



Figura 4.3 -- Janela de Configuração da Análise Não Linear.

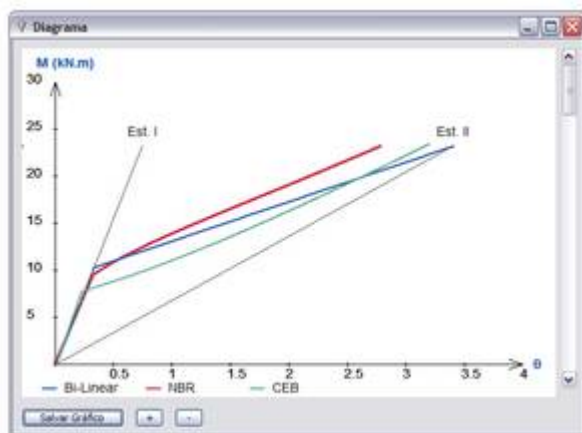


Figura 4.4 Visualização do Diagrama Momento-Curvatura.

Na janela de configuração da análise não linear (Figura 4.4), além da escolha do tipo de diagrama momento-curvatura, são configurados outros parâmetros como o número máximo de iterações adotado para que processo iterativo seja interrompido, caso não seja alcançada a convergência dos resultados.

O processo iterativo é então iniciado com a leitura dos esforços atuantes em cada barra. Com estes valores e por meio das relações momento-curvatura definidas no capítulo 2 são calculados novos valores de rigidez secante para cada elemento. Estes valores são alterados na matriz de rigidez de estrutura, por meio da troca dos módulos de

elasticidade (preferiu-se manter o valor da inércia das barras constante).

A estrutura é resolvida novamente, sendo encontrados novos deslocamentos e esforços. Verifica-se a convergência dos mesmos comparando-os com os resultados da iteração anterior. Este processo é repetido até que a diferença entre os resultados entre uma iteração e outra seja menor que a tolerância admitida. A Figura 4.5 mostra a janela onde são impressos os resultados para cada iteração, estes ainda podem ser exportados para uma planilha eletrônica, onde podem ser transformados em gráficos.

Iteração	U	V	M	N	T	Q	R	S	P	W	X	Y	Z
15	0	0,4127379	-0,0007014										
16	0	-0,4991119	-0,0015711										
17	0	0,5203068	0,0002782										
18	0	-0,4757006	0,0021172										
19	0	-0,3944211	0,0037393										
20	0	-0,1864805	0,0045423										
21	0	0	0,0047328										

Figura 4.5 – Janela de Resultados da Análise Não Linear

Na Figura 4.6 é mostrado o fluxograma do programa, que resume este procedimento, onde u é o parâmetro utilizado como critério de convergência, e será definido no item 4.3.

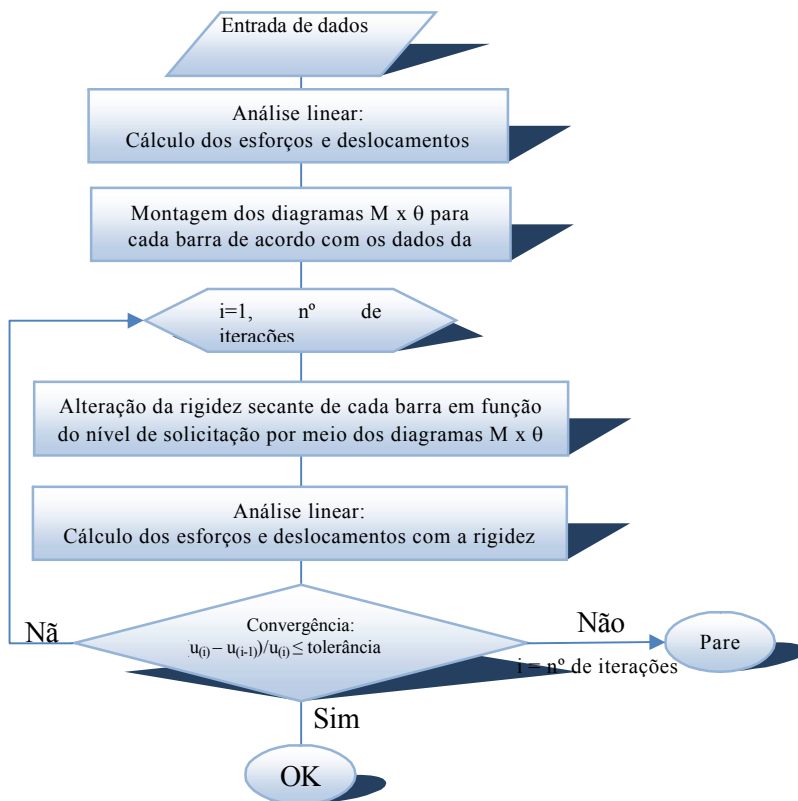


Figura 4.6 – Fluxograma do programa de análise não linear simplificada.

4.3 Definição do Critério de Convergência

Na resolução de algum problema, quando há a necessidade de se implementar um procedimento iterativo para a obtenção de resultados, depara-se com a dúvida de qual o critério de convergência a ser adotado.

No presente trabalho, onde foram estudadas por meio do procedimento iterativo apenas vigas contínuas, surgiram questões como: utilizar esforços (momento fletor) ou deslocamentos (deslocamentos verticais e/ou rotações) como critério de convergência critério e qual o valor da tolerância entre iterações a ser adotado.

Além disso, devido à necessidade de se discretizar adequadamente os elementos no método implementado, que resulta em diversas barras para a representação de um único tramo de viga (conforme Figura 4.7), surge outro ponto a ser discutido: adotar o valor

do momento no nó inicial, final ou no centro da barra quando da troca da rigidez da barra por meio dos diagramas momento-curvatura.

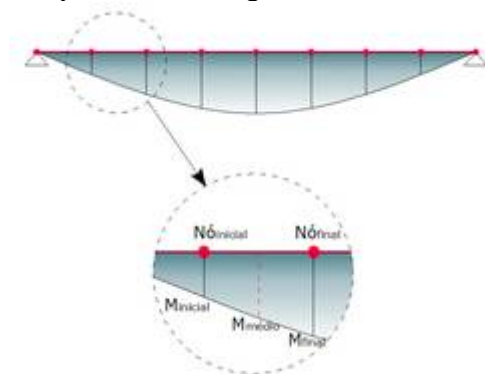


Figura 4.7 – Representação dos esforços no nó inicial, final e no centro da barra.

Dessa forma, foi realizado um estudo para a definição do critério de convergência a ser utilizado no programa. Os dados do exemplo para esse estudo são mostrados na Figura 4.8.

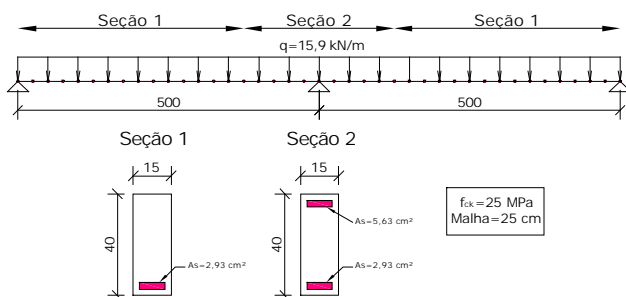


Figura 4.8 – Dados do exemplo – Definição do critério de convergência.

Convém lembrar, que neste exemplo, o detalhamento das armaduras (corte e escolha das barras de aço e ancoragens) foi considerado de maneira simplificada, adotando um tipo de seção para barras submetidas a momentos negativos e outro tipo para as barras submetidas a momentos positivos.

O gráfico da Figura 4.9 mostra o diagrama de momentos fletores da viga, comparando os resultados de quando adota-se como critério de convergência deslocamentos ou momentos fletores. A convergência foi verificada em todos os nós da estrutura.

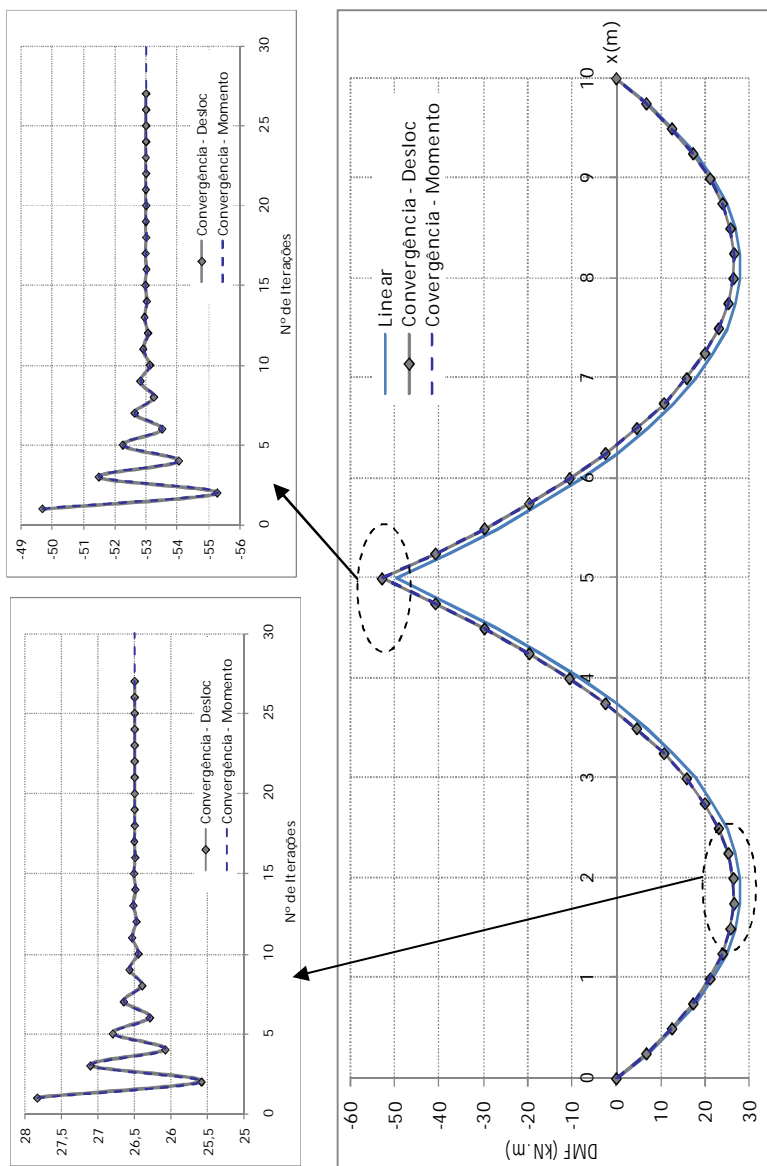


Figura 4.9 – Diagrama de momentos fletores – Definição do critério de convergência

Como pode se observar, não houve diferenças nos resultados obtidos, quando utiliza-se um ou outro critério de convergência. Apenas uma pequena diferença no número de iterações é observada na obtenção do resultado final.

Para verificar-se a influência do valor da tolerância, o exemplo anterior foi rodado novamente admitindo-se um erro de 0,01%; 0,1% e 1% entre iterações, para os dois critérios de convergência estudados. Os resultados são traduzidos por meio dos gráficos da Figura 4.10 e Figura 4.11, que apresentam o valor do momento fletor no apoio central da viga a cada iteração.

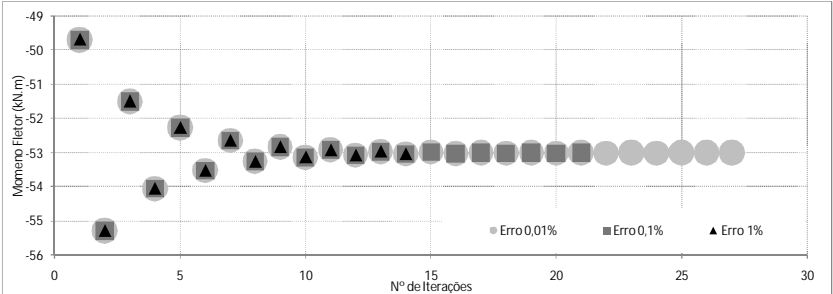


Figura 4.10 – Momento fletor no apoio central – Deslocamentos utilizados como critério de convergência

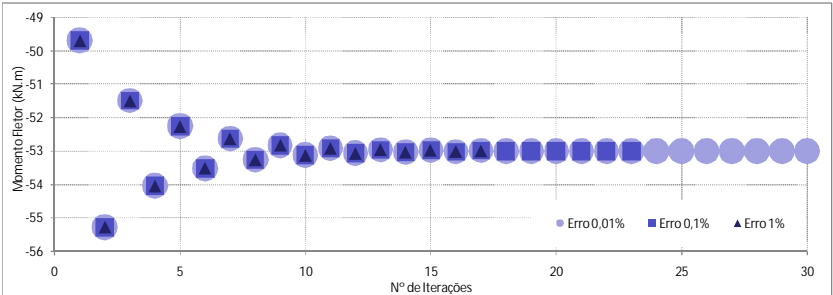


Figura 4.11 – Momento fletor no apoio central – Momentos fletores utilizados como critério de convergência

Tabela 4.1 – Valor final do momento (kN.m) sobre o apoio central - Definição do critério de convergência

Erro entre iterações	Critério de Convergência	
	Deslocamento	Momento Fletor
1%	-53,0338	-52,9933
0,10%	-53,0012	-53,0025
0,01%	-53,0034	-53,0038

A análise dos resultados mostra que a convergência é obtida mais rapidamente quando escolhe-se como critério os deslocamentos da

estrutura. Admitindo um erro de 0,01% entre os resultados de iterações consecutivas, o processo converge com 27 iterações, para os deslocamentos, e com 30 iterações para os momentos fletores. Aumentando a tolerância, o processo fica ainda mais rápido, para um erro de 0,1% e de 1% o resultado final é obtido para os deslocamentos com 21 e 14 iterações respectivamente, e com 23 e 17 iterações para os momentos.

Nota-se da Tabela 4.1 que os valores dos momentos fletores ficaram muito próximos uns aos outros, apresentado uma diferença que fica evidente apenas a partir da segunda casa decimal, mesmo quando admitiram-se erros maiores.

Embora este estudo tenha demonstrado que o processo é mais veloz quando adota-se os deslocamentos nos nós da estrutura como critério de convergência, entendeu-se ser mais adequado utilizar os momentos fletores como critério a ser adotado nos demais resultados, uma vez que o objetivo principal deste trabalho é a determinação de esforços por meio da análise não linear.

A tolerância entre iterações admitida será de 0,1% nos próximos exemplos.

Por fim, com o intuito de observar se haveria alguma alteração significativa nos resultados quando se considera o valor do esforço no nó inicial, final ou um valor médio para a obtenção do novo produto de rigidez da barra por meio dos diagramas momento-curvatura, o exemplo apresentado na Figura 4.8, considerando a viga discretizada em 10 elementos, foi solucionado mais uma vez. Os resultados são mostrados na Figura 4.12. Ressalta-se que estes resultados dependem do número de elementos utilizados na discretização da estrutura.

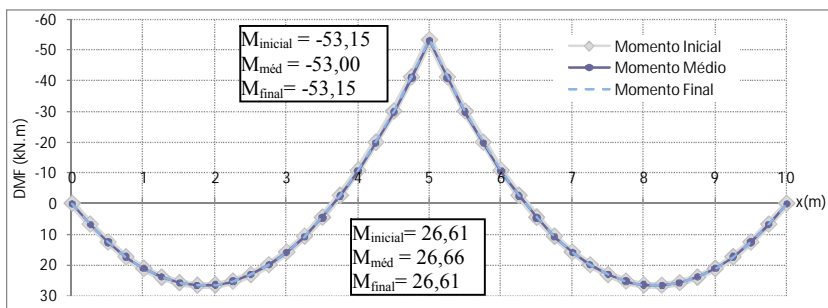


Figura 4.12 – Diagrama de Momentos Fletores – Estudo da Convergência – Variação do Parâmetro para a Troca da Rigidez da Barra.

Praticamente não houveram diferenças nos valores obtidos. Possivelmente se fosse utilizada uma malha com menos elementos esta diferença ficaria mais evidente. Nos modelos seguintes, a troca da rigidez da barra será feita por meio do valor médio do momento entre os nós inicial e final.

4.4 Situações que Não Apresentam Convergência

Ao contrário do que ocorre quando se analisa uma estrutura sob o aspecto da não-linearidade geométrica, em que poucas iterações são suficientes para a obtenção dos resultados, normalmente, as análises que consideram a não-linearidade física dos materiais apresentam convergência por vezes mais lenta e dificultosa. Comumente as análises não-lineares físicas, além do processo iterativo, contam com um procedimento incremental para o carregamento, a fim de monitorar o comportamento da estrutura à medida que é aumentada a carga, uma vez que usualmente são utilizadas para prever os resultados de ensaios de laboratório e por dependerem do histórico de carga.

Devido à metodologia adotada no programa, onde o carregamento é aplicado de uma só vez, o valor da rigidez a ser modificado em função do esforço atuante pode variar muito entre iterações consecutivas e afetar de alguma forma os resultados, ou não apresentar convergência.

Foi feito um estudo, apresentado no Anexo A, onde foram encontradas situações onde não foi obtida a convergência dos resultados. Neste estudo utilizou-se o procedimento incremental de carga onde o processo iterativo foi suprimido. Neste método em que o carregamento é aplicado em etapas, os resultados se aproximarão mais da solução exata quanto menores forem os incrementos de carga.

Neste estudo pode-se perceber que o método incremental de carga é uma boa solução a ser adotada quando houver instabilidade no processo iterativo, uma vez que é simples de ser implementado e não apresenta problemas para a obtenção dos resultados finais. Desta forma, quando não for obtida a convergência dos resultados por meio do procedimento iterativo descrito nos itens 2.8 e 4.2, nos exemplos seguintes, será aplicado o método incremental de carga sem iterações.

4.5 Funcionamento do Módulo Não Linear para as Lajes de BEFC

Seguindo a metodologia descrita anteriormente no item 3.7, o módulo não linear desenvolvido para a análise de vigas contínuas foi adaptado para o estudo de lajes de barragens de enrocamento com face

de concreto.

As principais alterações no programa consistem na exclusão das rotinas que compreendem o procedimento iterativo e das rotinas de análise matricial, visto que os momentos são determinados diretamente pelos diagramas momento-curvatura. Outra importante alteração foi a inclusão de uma rotina que calcula as curvaturas ao longo de toda a laje usando os dados de deslocamentos da face de montante. O funcionamento do programa é bastante simples, e é descrito a seguir.

Inicialmente entram-se com os dados das seções transversais ao longo da laje e com o perfil de deslocamentos da face já conhecidos (Figura 4.13).

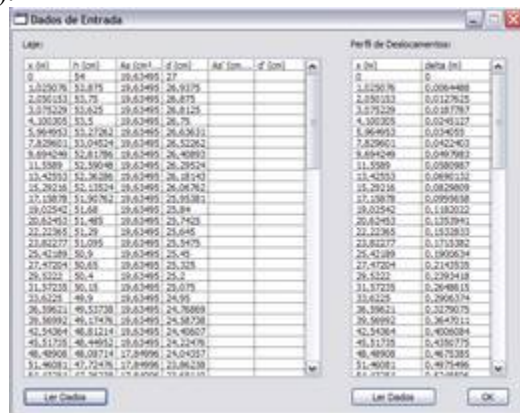


Figura 4.13 – Janela de entrada de dados da laje.

Escolhe-se o diagrama momento-curvatura por meio do qual serão obtidos os momentos fletores na laje (Figura 4.14).

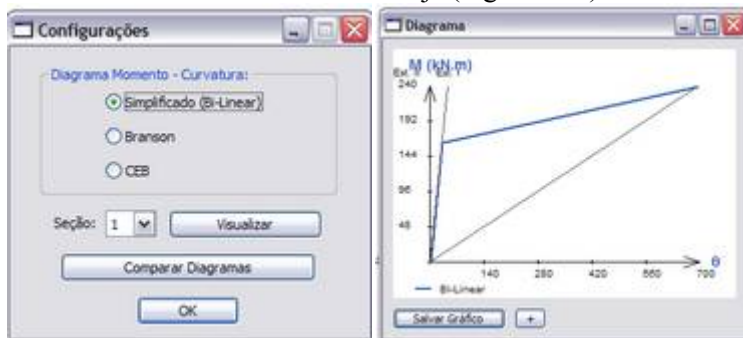


Figura 4.14 – Janela de configuração e visualização do diagrama momento-curvatura.

Calcula-se as curvaturas da laje e obtém-se este valor no diagrama escolhido previamente, gerando os valores de momento fletor

para todos os pontos da face. Os valores dos momentos fletores são então mostrados na janela de visualização de resultados (Figura 4.15).

Análise Não Linear

Resultados:

x (m)	u (mm)	theta	M (kNm)	V (kN)	N (kN)	T (kN)
0	0	0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.012076	-37.47691	-0.0001351	260.3944	0.0003792	236.7715	0.0128306
2.010153	-66.34609	-0.0002408	139.651	0.0003796	236.196	0.0129216
3.017429	-97.0993	-0.000355	158.9093	0.0003809	235.6206	0.0129372
4.020303	-131.1581	-0.0004384	158.2693	0.0003823	235.0452	0.0129933
5.964953	-16.5828	-0.0002855	156.8277	0.0003847	233.9987	0.0130561
7.829601	-35.58617	-0.0001344	155.4918	0.0003873	232.9523	0.0131256
9.694249	63.0345	0.0002489	154.1638	0.0003898	231.906	0.0131928
11.5599	153.1712	0.0006466	152.8371	0.0003923	230.8599	0.0132606
13.42553	152.8564	0.0006128	151.517	0.0003949	229.8129	0.0133291
15.29216	151.0884	0.0007418	150.2026	0.0003975	228.766	0.0133984
17.15878	143.1445	0.000577	148.8929	0.0006001	227.7192	0.0134687
19.02542	108.4073	0.0004467	147.5909	0.0006028	226.6726	0.0135389
20.89205	72.92923	0.0003012	146.2902	0.0006051	225.7781	0.0135999
22.75865	39.75681	0.0001663	145.0017	0.0006074	224.8797	0.0136613
23.62527	21.95994	0.0001348	144.2685	0.0006097	223.9834	0.0137226
25.49189	33.11262	0.000149	143.2694	0.000612	223.0872	0.0137841
27.35851	32.91904	0.0001428	141.7665	0.000613	221.9385	0.0138674
29.22513	27.24829	0.00012	140.3704	0.0006181	220.7999	0.0139495
31.09175	12.61502	0.0000564	138.9812	0.0006222	219.6115	0.0140324
32.95837	-2.802146	-0.0000114	137.5991	0.0006249	218.4933	0.0141164
34.82499	-11.79775	-0.0000547	135.6066	0.0006288	216.8282	0.0142398
36.69161	-21.99975	-0.0001042	133.6285	0.0006325	215.1635	0.0143633
38.55823	-33.52834	-0.0001625	131.665	0.0006382	213.4991	0.0144869
40.42485	-44.8609	-0.000224	129.718	0.000643	211.8353	0.0146107
42.29147	-53.58303	-0.0002736	127.7828	0.0006478	210.1944	0.0146866
44.15809	-58.18776	-0.0003017	125.8641	0.0006527	208.4388	0.0147674
46.02471	-58.63566	-0.0002112	123.96	0.0006577	206.5236	0.0147950
47.89133	-55.99785	-0.000304	122.0704	0.0006628	204.4087	0.0148819
49.75795	-51.33261	-0.0002853	120.1952	0.0006679	202.1942	0.0150237
51.62457	-45.8346	-0.0002607	118.3345	0.0006732	199.8801	0.0151629
53.49119	-40.55252	-0.0002262	116.4886	0.0006783	197.4659	0.0153007
55.35781	-36.02207	-0.0002148	114.657	0.0006839	194.9511	0.0154352
57.22443	-32.29815	-0.0001873	112.8387	0.0006894	192.3352	0.0155601
59.09105	-29.3475	-0.0001837	111.035	0.0006949	189.6256	0.0156759

Exportar para Excel

Figura 4.15 – Janela de visualização dos resultados.

5. EXEMPLOS DE RESOLUÇÃO

No presente capítulo serão apresentados, primeiramente, alguns exemplos de vigas contínuas, resolvidas com o programa desenvolvido, para a verificação de uma eventual redistribuição de esforços para níveis de carregamento típicos de serviço, sobretudo nos casos de vigas dimensionadas com plastificação dos momentos negativos.

Serão também estudadas as influências, sobre os esforços solicitantes, das diferentes formas de consideração da contribuição do concreto entre fissuras, implementadas nas rotinas por meio dos diagramas momento-curvatura.

Em todos os exemplos admitiu-se para a definição dos carregamentos atuantes uma combinação rara de serviço. A classificação das combinações de serviço prescrita pela NBR6118 admite que as combinações raras ocorram algumas vezes ao longo da vida útil da estrutura e sua consideração está ligada à verificação do estado limite de formação de fissuras.

Nesta combinação a ação variável principal é considerada com seu valor característico (coeficiente de ponderação de ações é igual a 1 (item 11.7.2 da referida norma)), e as demais ações variáveis são tomadas com seus valores frequentes, desta forma, constitui-se na combinação de serviço na qual a carga é mais elevada.

Outras combinações de serviço poderiam ter sido empregadas para o cálculo dos carregamentos, porém acredita-se que para os exemplos estudados os resultados não apresentariam grandes diferenças.

Nos exemplos apresentados a seguir, as armaduras foram detalhadas de acordo com as prescrições da NBR6118 e, conforme a discretização da malha escolhida para a viga, adotou-se uma seção correspondente com área de aço referente ao detalhamento da peça.

Os deslocamentos obtidos com a resolução dos exemplos por meio da análise não linear também apresentaram resultados bastante interessantes e são mostrados no Anexo C, apesar do estudo das flechas não ser um dos objetivos deste trabalho.

No final deste capítulo são mostrados os resultados da análise não linear para a laje da Barragem de Itá e Machadinho, comparando-os com os resultados de uma análise elástico-linear.

5.1 Análise de Vigas Contínuas

5.1.1 Exemplo 1 – Viga Contínua com Dois Vãos Simétricos

Foram analisados dois exemplos de viga contínua, a primeira

armada normalmente com os esforços de uma análise elástico- linear e a segunda com redistribuição de esforços de 25%. Os diagramas de momentos fletores e os respectivos detalhamentos estão mostrados na Figura 5.1 e Figura 5.2.

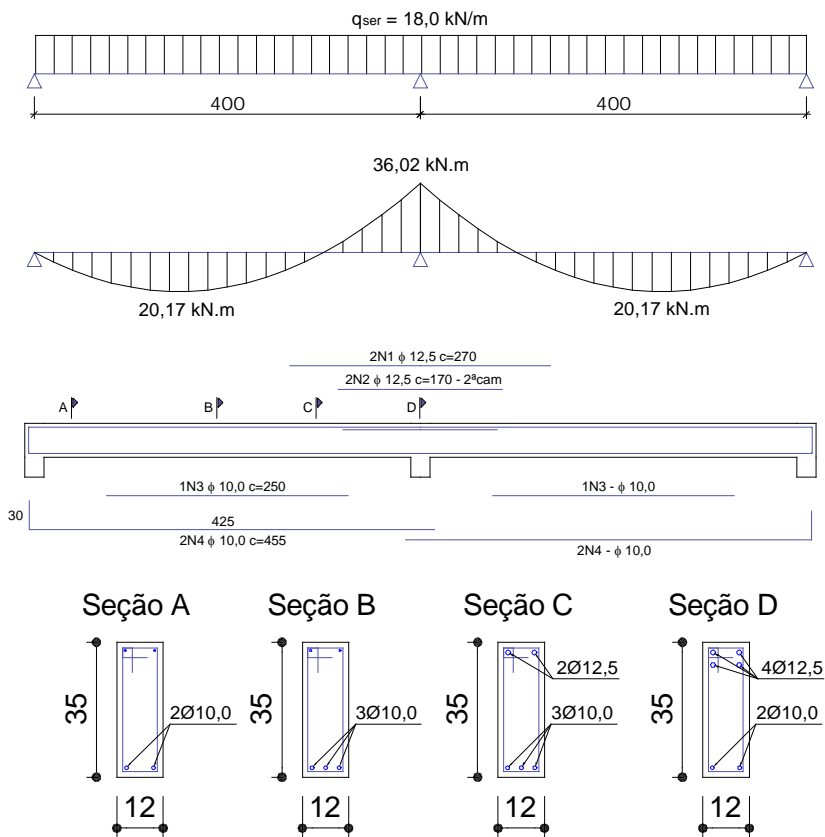


Figura 5.1 – Exemplo 1A – Viga armada sem redistribuição de esforços

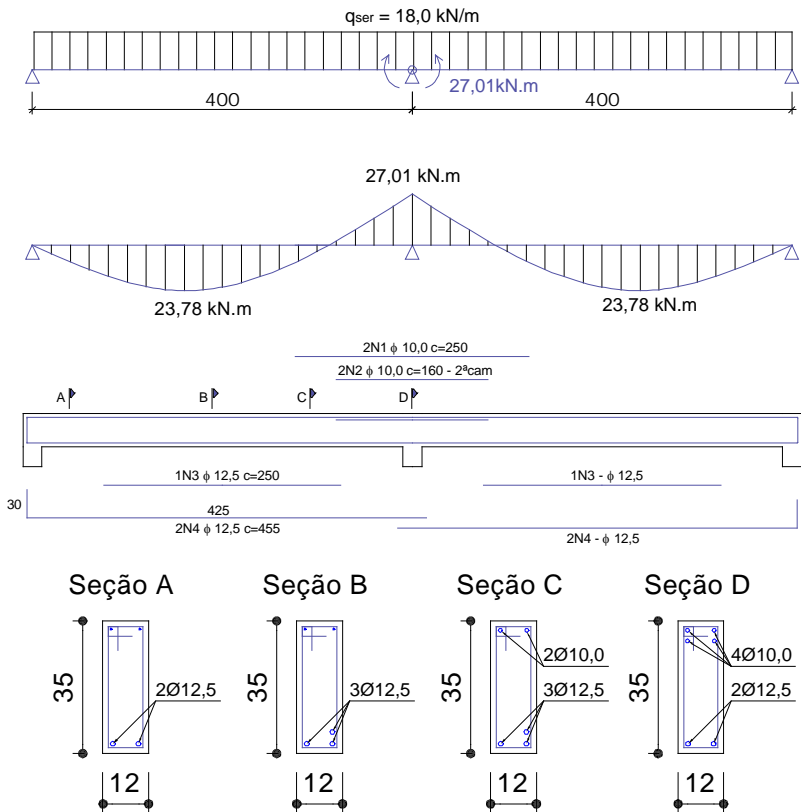


Figura 5.2 - Exemplo 1B – Viga armada com redistribuição de esforços

5.1.1.1 Estudo Sobre a Discretização da Malha

Foram testadas quatro malhas diferentes para o Exemplo 1A, aplicando o carregamento em serviço, para verificar-se a influência da discretização a ser adotada na análise não linear. Cada tramo da viga em estudo foi dividido em barras com 5, 10, 20, 40, e 80 cm, sendo os resultados mostrados a seguir adotando-se o diagrama momento-curvatura bi-linear:

Tabela 5.1 – Estudo da malha

Elementos da Malha (cm)	Dy máximo(cm)	Dif.	M + (kN.m)	Dif.	M - (kN.m)	Dif.
80	-0,425	7,77%	19,305	-0,55%	-38,185	1,81%
40	-0,453	1,63%	19,042	0,82%	-38,843	0,12%
20	-0,458	0,59%	19,231	-0,17%	-38,705	0,47%
10	-0,462	-0,37%	19,175	0,12%	-38,918	-0,07%
5	-0,461	0,00%	19,198	0,00%	-38,890	0,00%

Os valores das diferenças relativas percentuais foram calculados em relação à malha mais refinada, que possivelmente é a que fornece os melhores resultados, porque representa melhor o comportamento não linear ao longo da viga.

Analisando os valores apresentados na Tabela 5.1 nota-se que as diferenças entre os resultados obtidos pelas diferentes malhas são pequenas. Nos resultados apresentados adiante será utilizada a malha com elementos de 20 cm, pois apresenta uma boa precisão se comparada com a malha de elementos de 5 cm e não demanda um tempo de processamento muito grande.

5.1.1.2 Resultados Pelos Diferentes Diagramas Momento-Curvatura

Nos gráficos a seguir são apresentados os diagramas de momentos fletores obtidos para as vigas armadas com e sem redistribuição de esforços fazendo um comparativo com os valores obtidos pela análise elástico-linear.

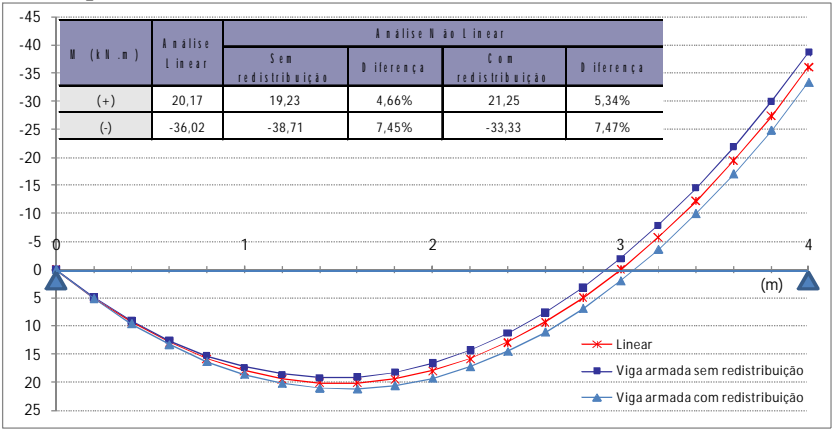


Figura 5.3 – Momentos fletores – Exemplo 1 – Diagrama bi-linear

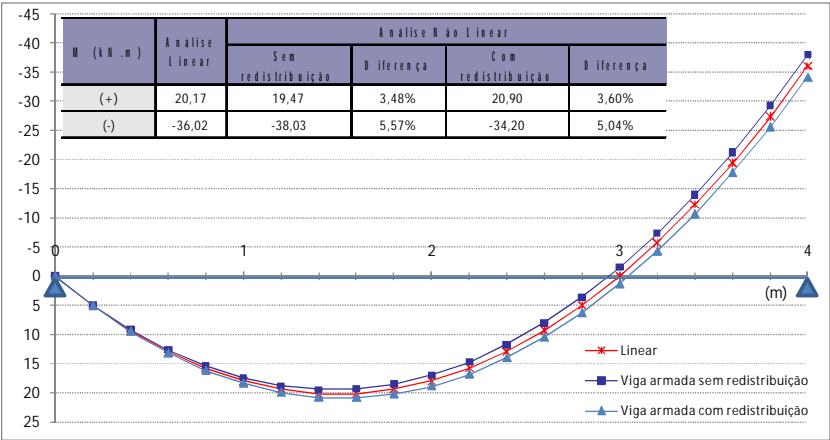


Figura 5.4 - Momentos fletores – Exemplo 1 – Diagrama pela NBR 6118

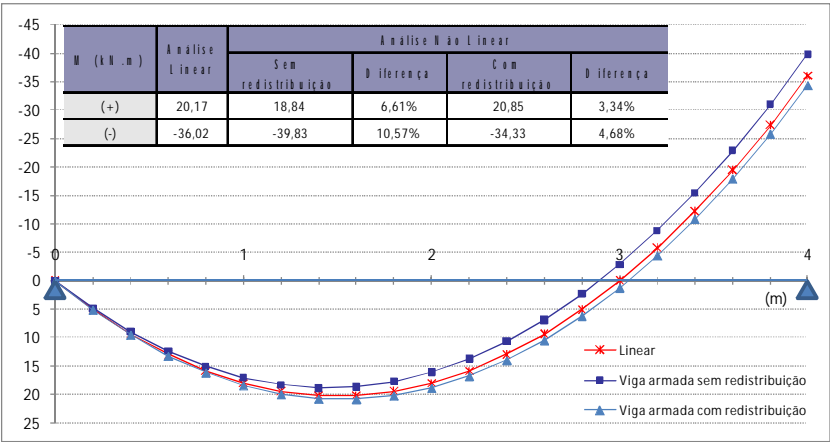


Figura 5.5 - Momentos fletores – Exemplo 1 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP

Por meio da análise dos gráficos apresentados acima, pode-se afirmar que foram pouco significativas as diferenças encontradas para este exemplo entre as análises linear e não linear, tanto para o Exemplo 1A quanto para o Exemplo 1B. Também foram pequenas as diferenças encontradas entre os resultados obtidos pelos três tipos de diagramas momento-curvatura implementados no programa.

Nos três casos, a redistribuição dos momentos fletores para a viga armada sem redistribuição é da mesma ordem de grandeza da redistribuição observada para a viga armada considerando a plastificação dos momentos negativos no Estado Limite Último. Para a

viga armada sem redistribuição o valor do momento negativo sobre o apoio cresceu, fazendo com que os momentos positivos diminuíssem em relação aos obtidos pela análise linear.

Pode-se verificar, dentro dos processamentos numéricos, que houve uma diminuição significativa da rigidez nas seções mais fissuradas do meio do vão e sob o apoio para os dois exemplos. Mas por se tratar de uma estrutura hiperestática, a redistribuição dos esforços, em função da fissuração, depende das diferenças de rigidez entre os diversos trechos da estrutura, e não só de uma determinada região. Como no meio do vão e em cima do apoio houve diminuição da rigidez, os esforços finais pouco se alteraram.

Na Figura 5.6 e Figura 5.7 são exibidos os gráficos que mostram os multiplicadores de rigidez utilizados dentro dos procedimentos numéricos para cada barra, utilizados na última iteração para os dois exemplos (lembrando que se optou por deixar o valor das inércias constantes, portanto, esses fatores multiplicam os módulos de elasticidade das barras). Estes gráficos ilustram a variação de rigidez devido à fissuração.

Multiplicadores com valor maior que 1, ocorrem quando utilizados os diagramas momento-curvatura bi-linear e CEB-FIP (no caso de elementos não fissurados), pois em ambos, considerou-se a rigidez acrescentada pela armadura. Esta consideração não foi feita para os resultados referentes à NBR 6118, visto que a mesma não permite a utilização de rigidez maior que $E_{cs}I_c$, conforme apresentado no item 2.5.

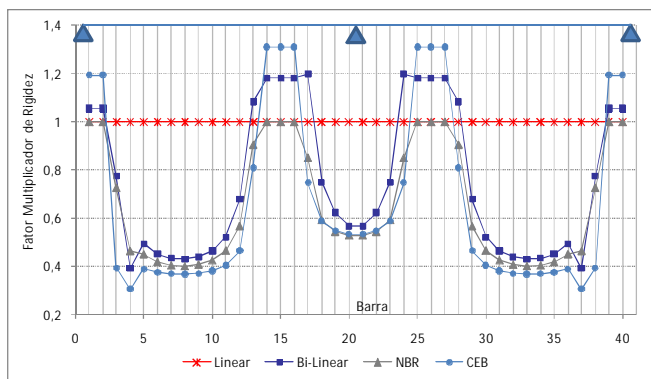


Figura 5.6 – Variação da rigidez dos elementos– Exemplo 1A.

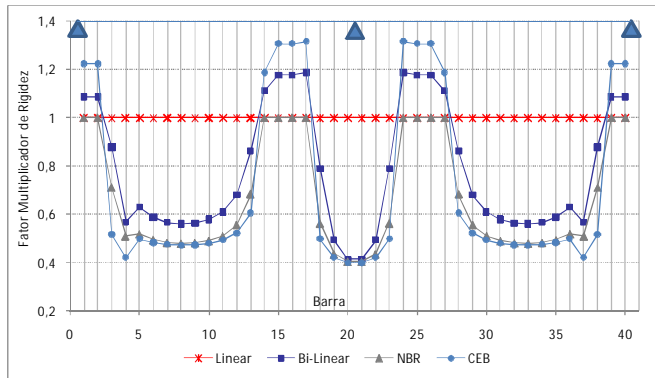


Figura 5.7 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 1B.

A princípio os resultados obtidos por uma análise elástico-linear mostraram-se bastante satisfatórios para carregamentos em serviço, até mesmo para a viga onde se adotou uma redistribuição de 25% dos esforços no seu detalhamento, mostrando que as prescrições da NBR6118 quanto à utilização da análise elástica são adequadas para estes casos.

5.1.2 Exemplo 2 – Viga Contínua com Dois Vãos Simétricos e Carregamento Assimétrico

A viga apresentada a seguir é uma variação do primeiro exemplo, onde a carga foi duplicada em apenas um dos vãos da estrutura. O objetivo deste exemplo é verificar se o pequeno grau de redistribuição observado anteriormente não seria função da simetria apresentada pela viga do item anterior. Novamente para a viga armada com redistribuição adotou-se $\delta = 0,75$.

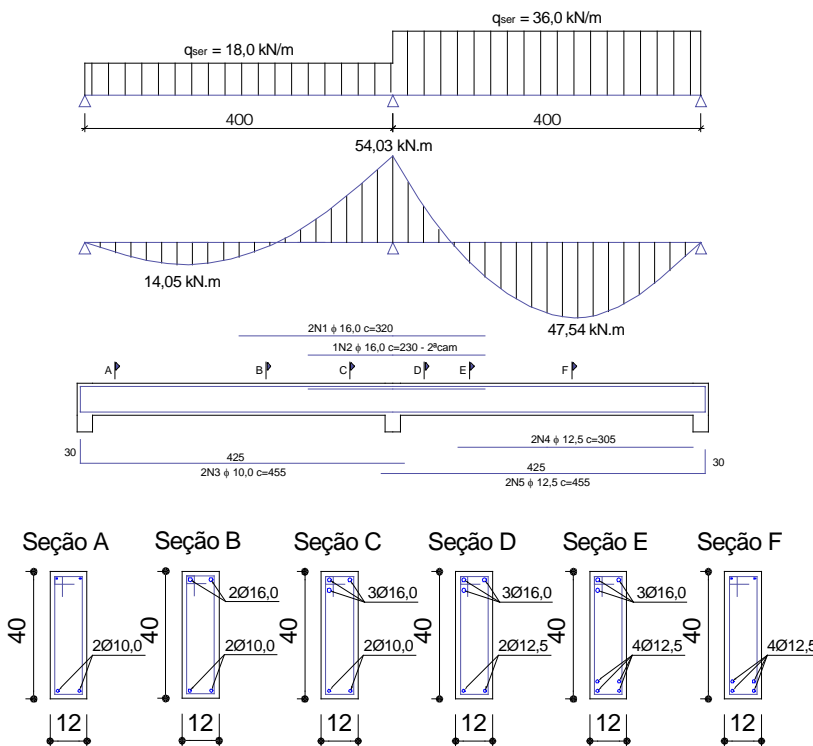


Figura 5.8 – Exemplo 2A – Viga armada sem redistribuição de esforços

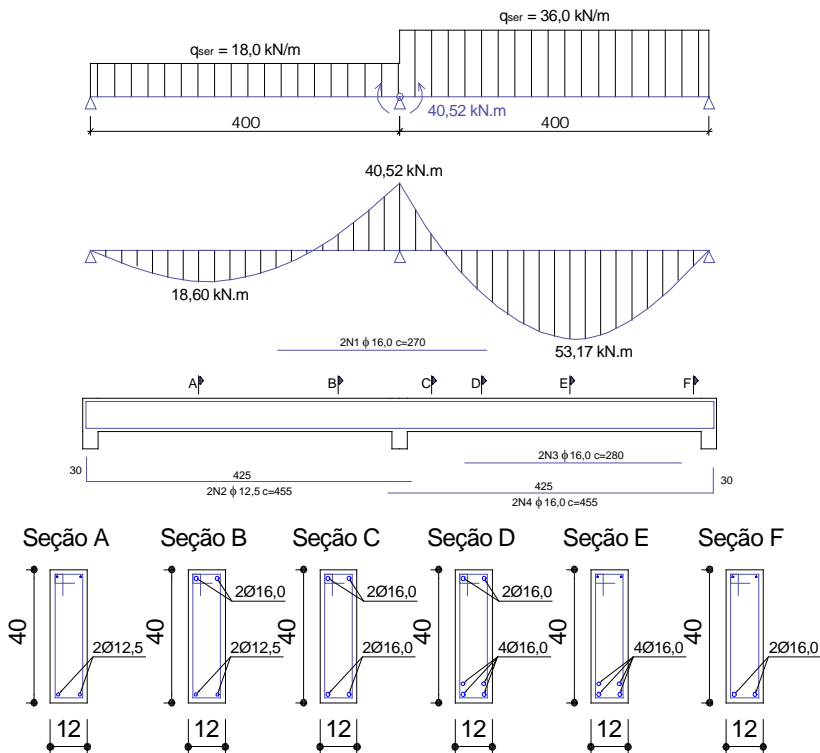


Figura 5.9 – Exemplo 2B – Viga armada com redistribuição de esforços

Os resultados para os três diagramas momento-curvatura estudados são apresentados na sequência:

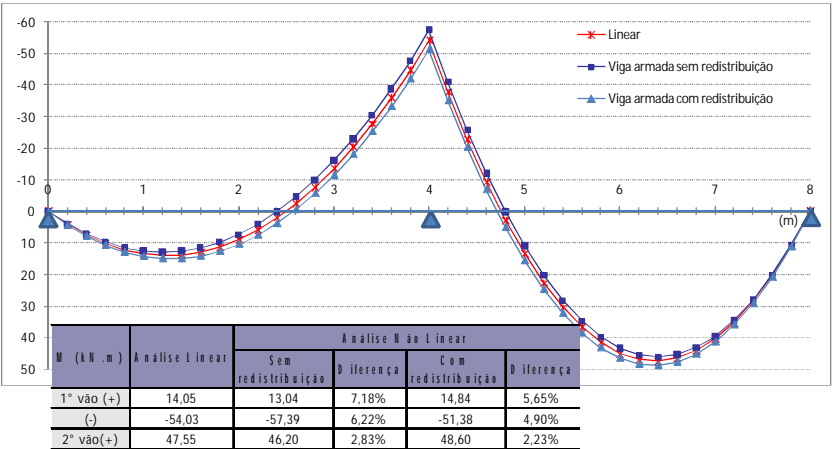


Figura 5.10 - Momentos fletores – Exemplo 2 – Diagrama bi-linear

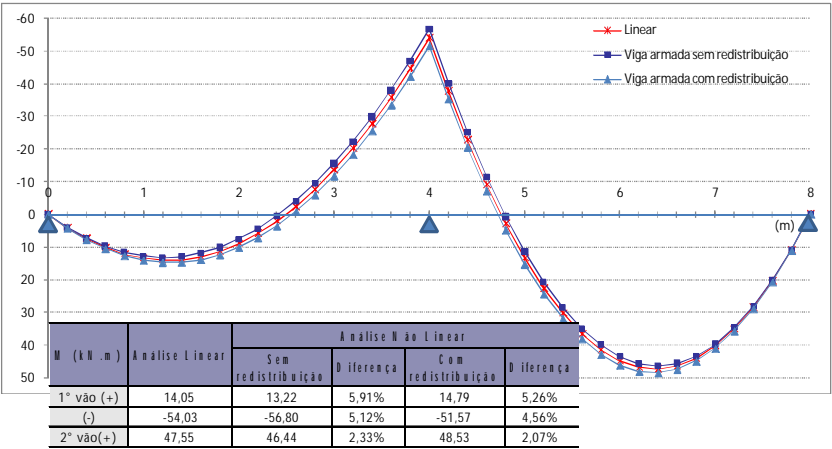


Figura 5.11 - Momentos fletores – Exemplo 2 – Diagrama pela NBR 6118

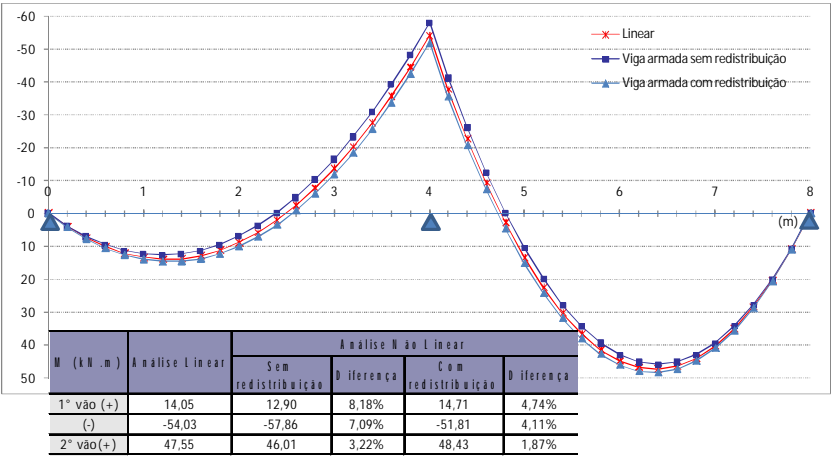


Figura 5.12 - Exemplo 2 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP

A partir da observação dos gráficos apresentados anteriormente, nota-se que o comportamento deste exemplo é muito parecido ao observado no item anterior. As redistribuições de esforços encontradas para a viga armada com plastificação do momento negativo são de pequena magnitude frente à redistribuição atribuída inicialmente ao modelo. Ficam no máximo entre 4 e 5% para os três tipos de diagramas momento-curvatura utilizados.

Assim como ocorrido no exemplo anterior, na viga detalhada com os esforços da análise linear, há um aumento do momento negativo sobre o apoio e conseqüentemente uma redução dos momentos positivos. A redistribuição alcançada neste caso é maior que a apresentada pela viga armada com plastificação dos negativos para todos os diagramas momento curvatura estudados.

Para auxiliar a análise dos resultados são mostrados na Figura 5.13 e Figura 5.14 os fatores multiplicadores de rigidez de cada barra utilizados na última iteração para as vigas detalhadas sem e com redistribuição de esforços, respectivamente.

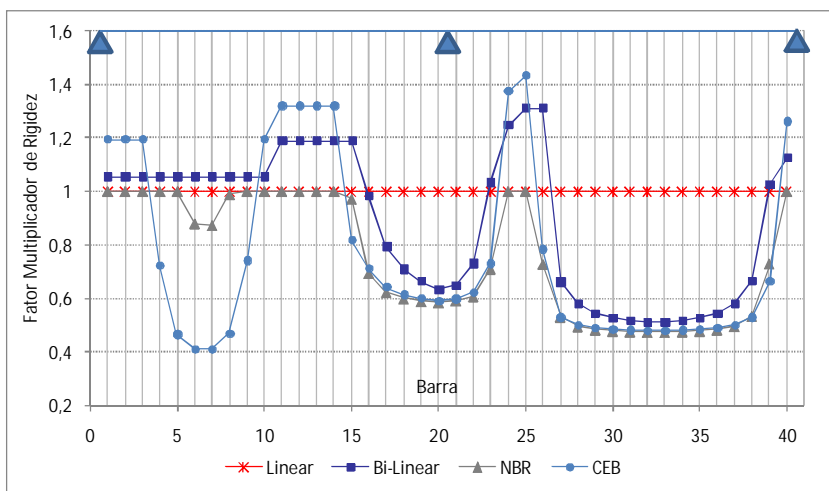


Figura 5.13 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 2A

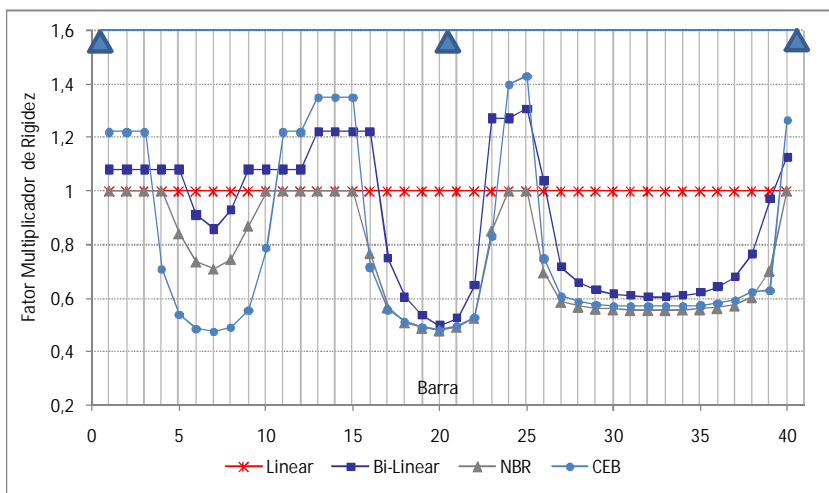
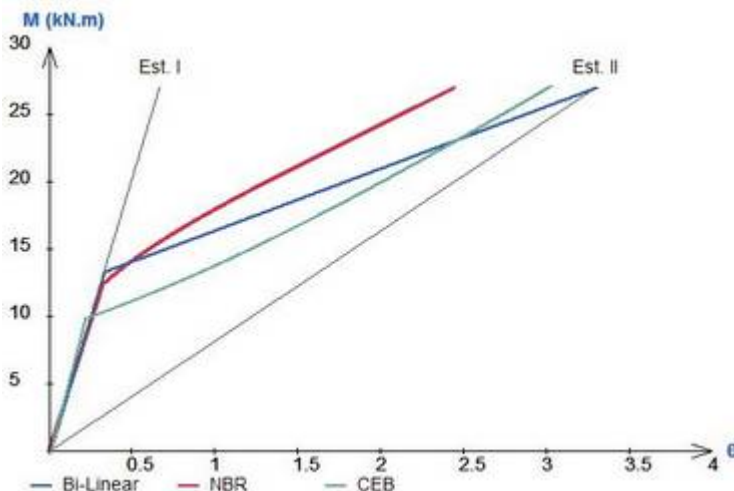


Figura 5.14 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 2B

Em relação ao exemplo 2A (viga dimensionada sem redistribuição de esforços), observa-se uma redução bastante expressiva da rigidez devido à fissuração nas seções próximas ao meio do segundo vão e sobre o apoio.

Por meio da análise do primeiro vão deste exemplo, pode-se perceber as diferenças entre os diagramas momento-curvatura

empregados. Enquanto para o diagrama indicado pelo CEB-FIP grande parte das seções encontra-se com rigidez bastante reduzida, para o diagrama simplificado todas as barras pertencentes a este vão estão livres de fissuração. Isto pode ser melhor observado na Figura 5.15 que mostra os diagramas momento-curvatura correspondente a seção dessas barras.



As diferenças observadas nos multiplicadores de rigidez utilizados pelos diferentes diagramas momento-curvatura são expressivas, entretanto, o mesmo não ocorre quando são comparados os diagramas de momentos fletores. Como já mencionado anteriormente, em estruturas hiperestáticas, a redistribuição de esforços é função da relação entre as rigidezes das diversas barras e não do seu valor propriamente dito. Por isso as maiores redistribuições foram encontradas no exemplo 2A, que apesar de ser o exemplo onde não se adotou plastificação dos momentos negativos, foi onde a variação das rigidezes entre os vãos e o apoio apresentou maior valor.

5.1.3 Exemplo 3 – Viga Contínua com Três Vãos

O exemplo a seguir constitui-se em uma viga com três tramos, com o vão central totalmente tracionado na face superior, conforme é mostrado na Figura 5.16 e Figura 5.17.

Para a viga armada com redistribuição de esforços, foi

considerada uma redução de 25% sobre o momento negativo atuante no terceiro apoio da viga. Desta forma, os momentos sobre os apoios foram praticamente equiparados (Figura 5.17).

Nestes exemplos, como não foi possível a obtenção da convergência dos resultados por meio do procedimento iterativo, utilizou-se o procedimento incremental com 200 incrementos de carga.

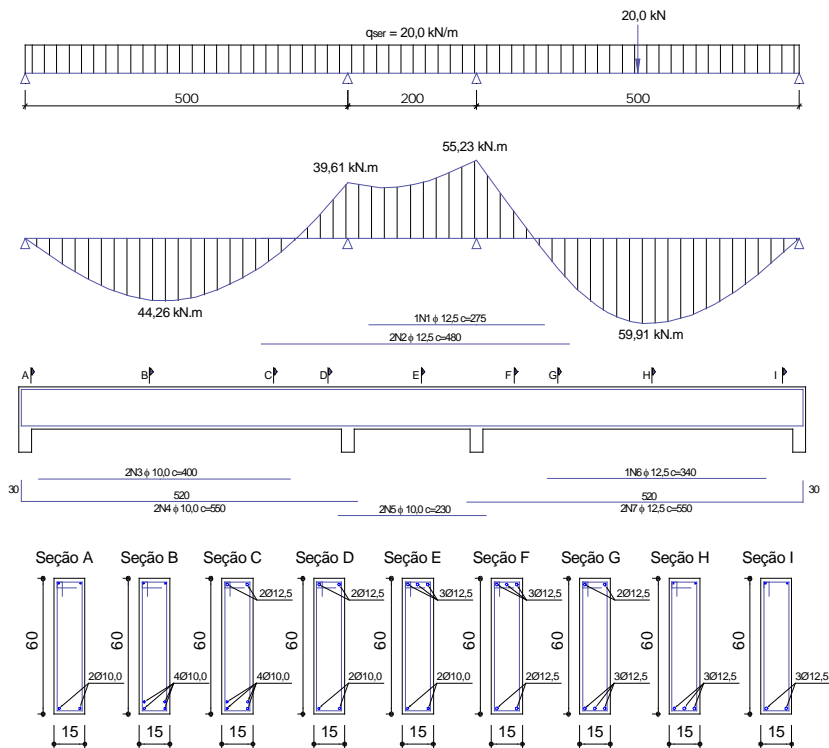


Figura 5.16 - Exemplo 3A – Viga armada sem redistribuição de esforços

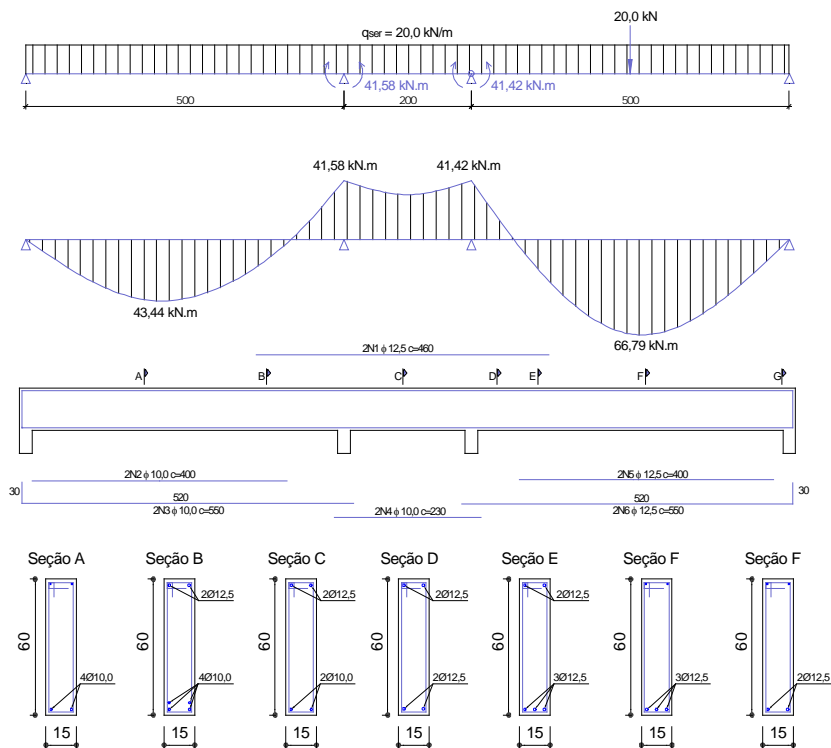


Figura 5.17 - Exemplo 3B – Viga armada ser redistribuição de esforços

Os resultados são apresentados a seguir, comparando-se os resultados das vigas armadas com e sem redistribuição de esforços com os resultados da análise linear, para os três tipos de diagrama momento-curvatura.

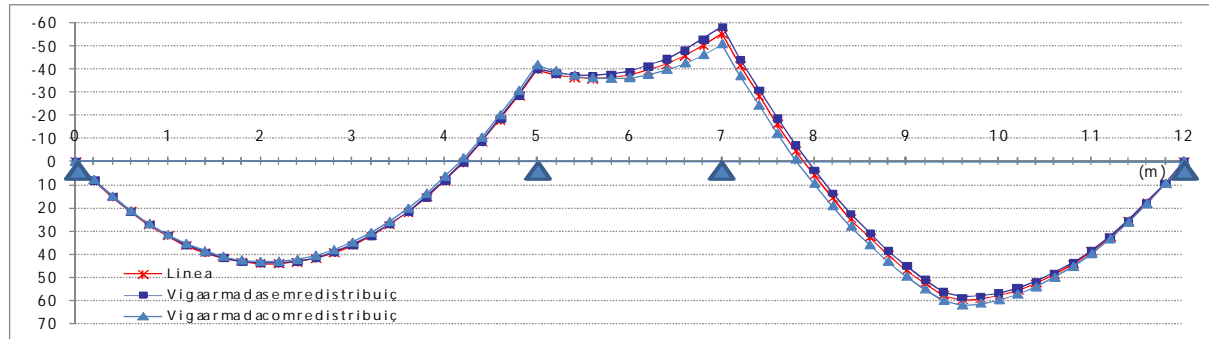


Figura 5.18 - Momentos fletores – Exemplo 3 – Diagrama bi-linear

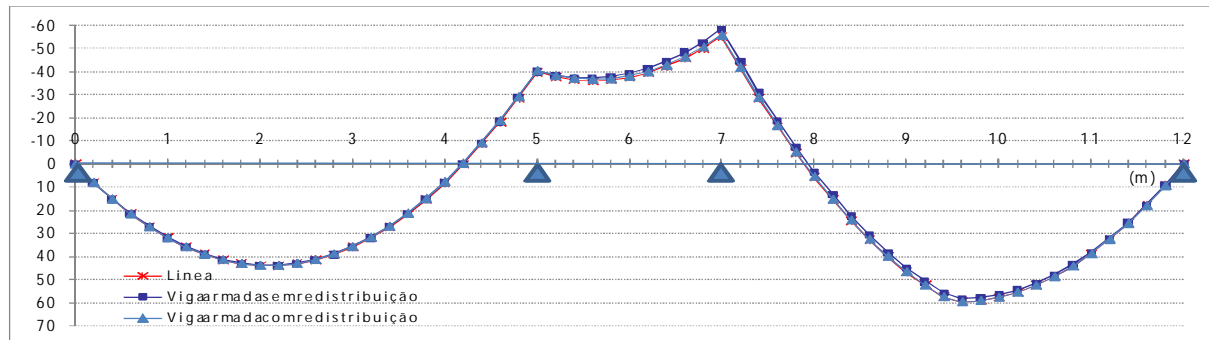


Figura 5.19- Momentos fletores – Exemplo 3 – Diagrama pela NBR 6118

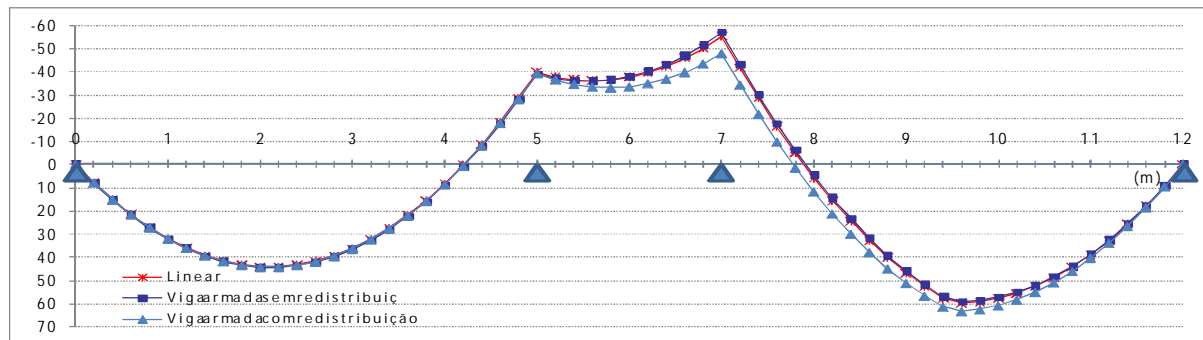


Figura 5.20 - Momentos fletores – Exemplo 3 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP

A Tabela 5.2 mostra os valores dos momentos fletores máximos encontrados nos vãos e sobre os apoios.

Tabela 5.2 – Exemplo 3 - Momentos fletores e diferenças percentuais em relação a análise linear

Diagrama	X (m)	2,20	Dif.	5,00	Dif.	5,60	Dif.	7,00	Dif.	9,60	Dif.
Linear	Linear	44,17	-	-39,61	-	-35,90	-	-55,23	-	59,89	-
Bi-linear	Sem Redistribuição	44,04	0,29%	-39,90	0,74%	-36,98	3,02%	-58,16	5,30%	58,48	2,34%
	Com Redistribuição	43,29	1,99%	-41,77	5,46%	-35,73	0,46%	-50,67	8,26%	62,08	3,66%
NBR 6118	Sem Redistribuição	43,99	0,41%	-40,03	1,05%	-37,07	3,26%	-58,17	5,31%	58,48	2,35%
	Com Redistribuição	43,83	0,76%	-40,41	2,03%	-36,62	2,01%	-55,76	0,95%	59,64	0,42%
CEB-FIP	Sem Redistribuição	44,53	0,80%	-38,81	2,03%	-35,78	0,32%	-56,73	2,70%	59,17	1,20%
	Com Redistribuição	44,37	0,45%	-39,15	1,15%	-33,00	8,07%	-47,77	13,52%	63,47	5,98%

Da análise dos resultados, pode-se perceber que houve uma redistribuição de esforços de certa forma significativa para o exemplo 3B (viga armada com redistribuição), quando utilizado o diagrama momento curvatura indicado pelo Código Modelo do CEB-FIP, ultrapassando um pouco mais que a metade da plastificação imposta no dimensionamento da estrutura.

Para o diagrama bi-linear, a redistribuição sobre o apoio plastificado foi menos expressiva, mas ainda assim considerável, ficando próxima a 8%. O mesmo não ocorreu em relação ao diagrama momento-curvatura construído por meio das prescrições da NBR 6118, onde a diferença neste ponto não atinge nem 1%.

Neste exemplo, a influência do tipo de diagrama momento-curvatura utilizado, além de se fazer presente sobre os valores dos multiplicadores de rigidez utilizados dentro do procedimento numérico (Figura 5.21 e Figura 5.22), ficou clara também em relação aos valores dos momentos fletores encontrados.

As considerações feitas no capítulo 2 em relação às diferenças entre os diagramas momento-curvatura, mais precisamente sobre o valor da rigidez calculado por meio destes diagramas, no caso de baixas taxas de armadura (que é o caso das seções situadas no vão central da viga 3B), foram traduzidas para os resultados dos momentos fletores.

Os diagramas momento-curvatura para todas as seções deste e dos demais exemplos apresentados neste capítulo podem ser vistos no Anexo B, servindo como ponto de apoio para uma melhor avaliação do comportamento da estrutura.

No que diz respeito ao exemplo 3A (viga armada sem redistribuição) o mesmo comportamento encontrado nos exemplos anteriores, se repete novamente. A curva que representa o diagrama de momentos fletores para este exemplo sempre se mantém acima do diagrama referente à análise linear.

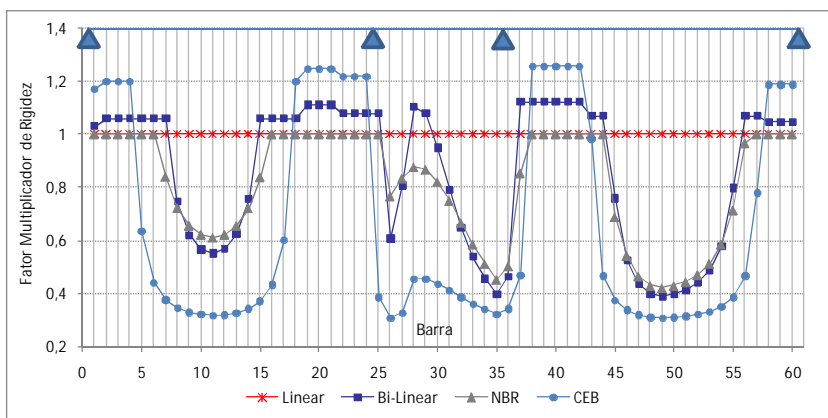


Figura 5.21 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 3A

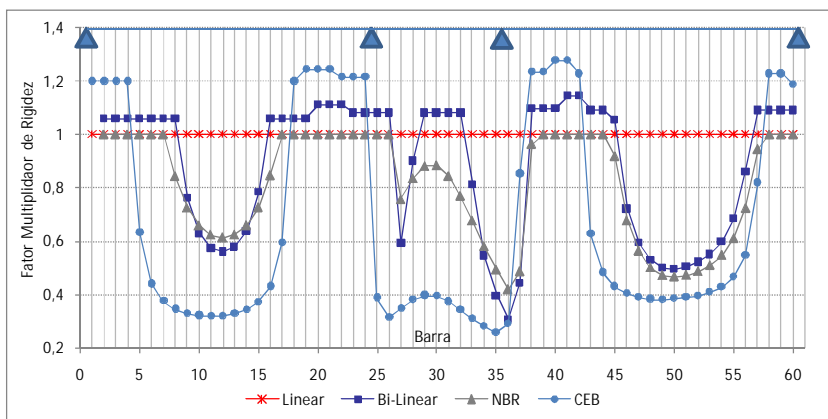


Figura 5.22 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 3B

5.1.4 Exemplo 4 - Viga Contínua com Quatro Vãos

O presente exemplo consiste em uma viga com quatro tramos, onde o carregamento distribuído aplicado nos dois vãos centrais equivale ao dobro do carregamento aplicado nos vãos extremos. Inicialmente, no modelo com redistribuição de esforços, foi imposta uma redução de 25% sobre o momento negativo atuante no apoio central da estrutura. Posteriormente aplicou-se o mesmo percentual de redução nos demais apoios intermediários da viga (Figura 5.24 e Figura 5.25).

Devido a não convergência dos resultados quando utilizado o

procedimento iterativo, novamente fez-se uso do procedimento de carga incremental com 200 incrementos.

Os modelos e os respectivos detalhamentos das estruturas são apresentados a seguir, juntamente com os resultados obtidos.

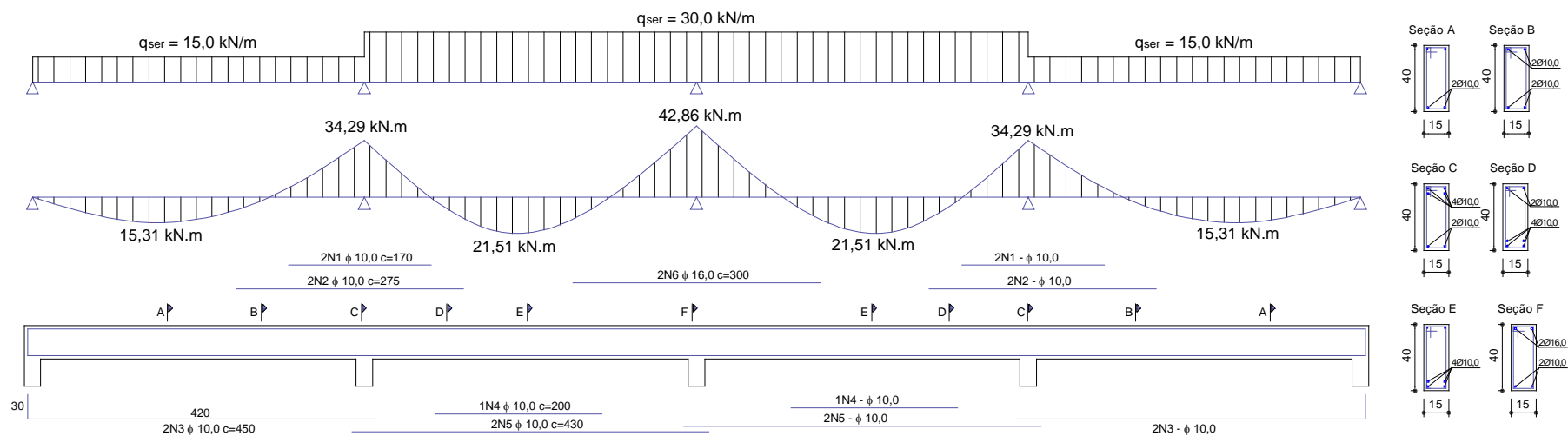


Figura 5.23 - Exemplo 4A – Viga armada sem redistribuição de esforços

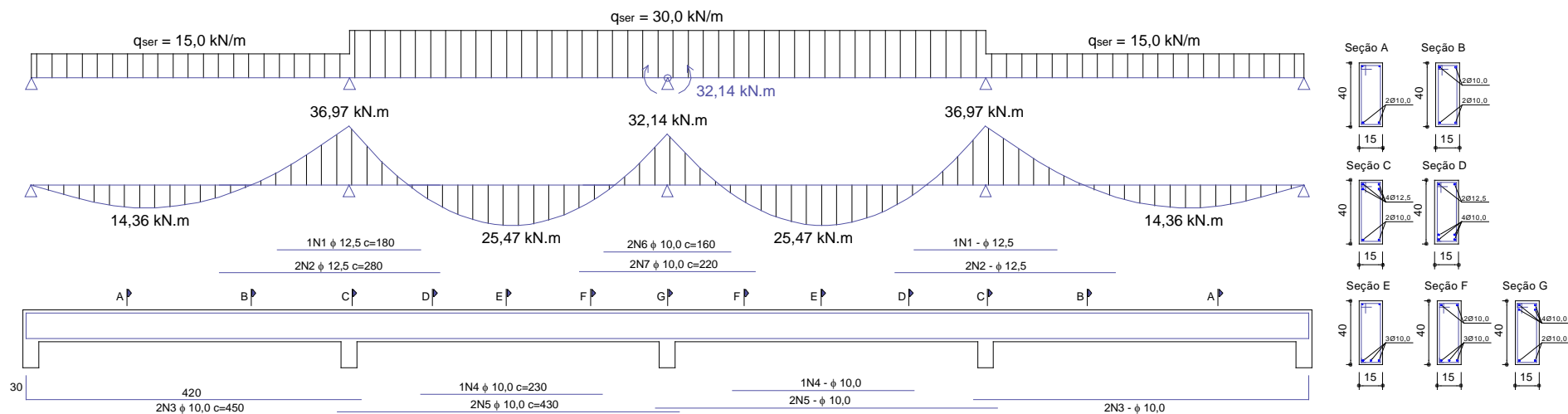


Figura 5.24 - Exemplo 4B – Viga armada com redistribuição no apoio central

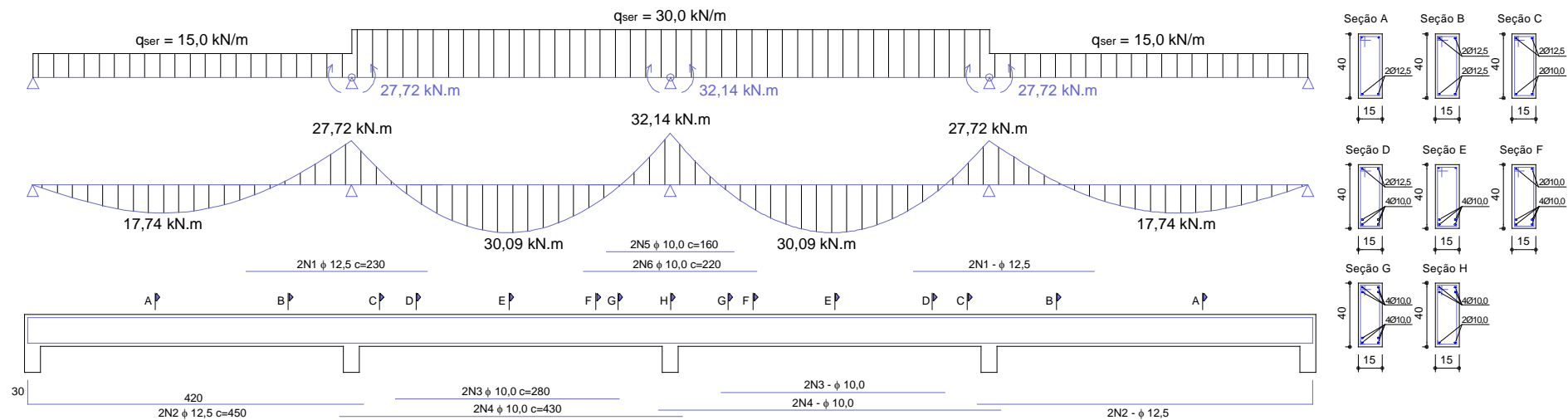


Figura 5.25 – Exemplo 4C - Viga armada com redistribuição nos três apoios intermediários

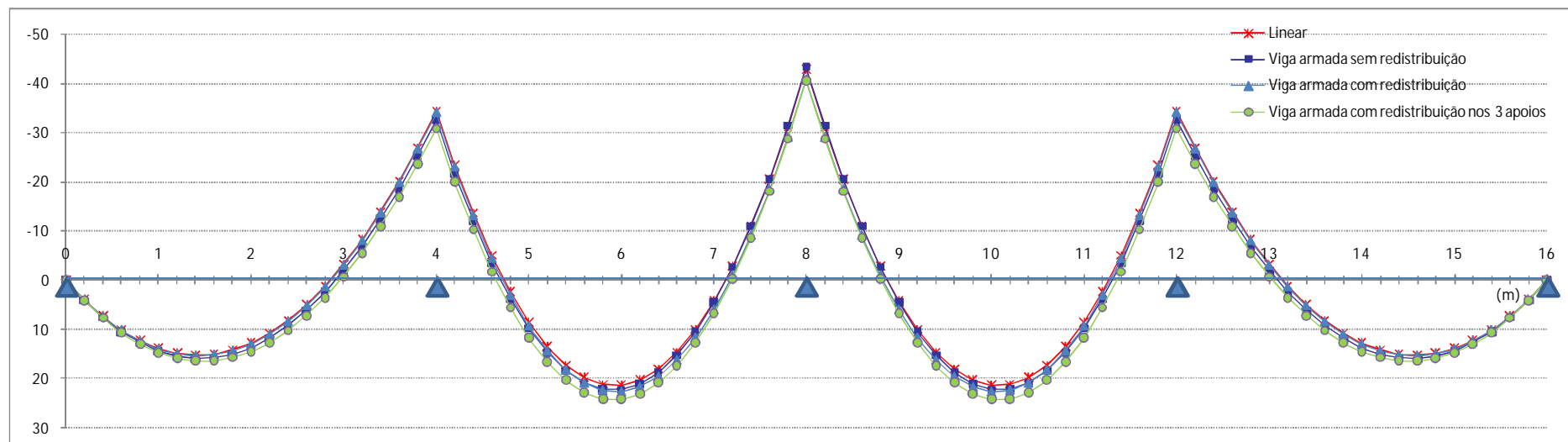


Figura 5.26 - Momentos fletores – Exemplo 4 – Diagrama bi-linear

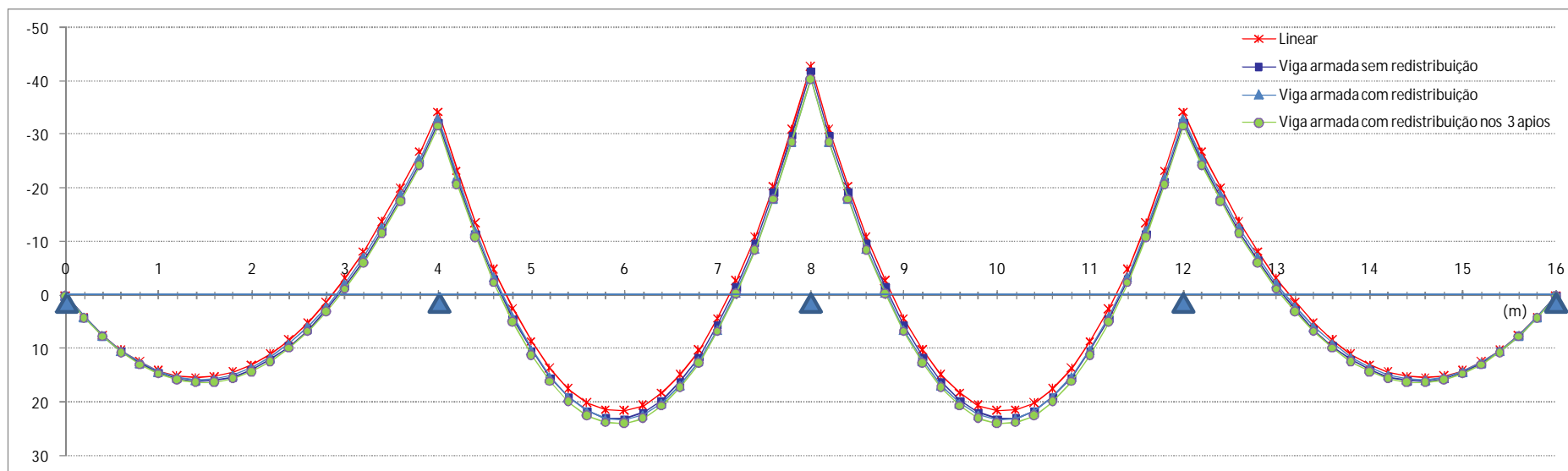


Figura 5.27 - Momentos fletores – Exemplo 4 – Diagrama pela NBR 6118

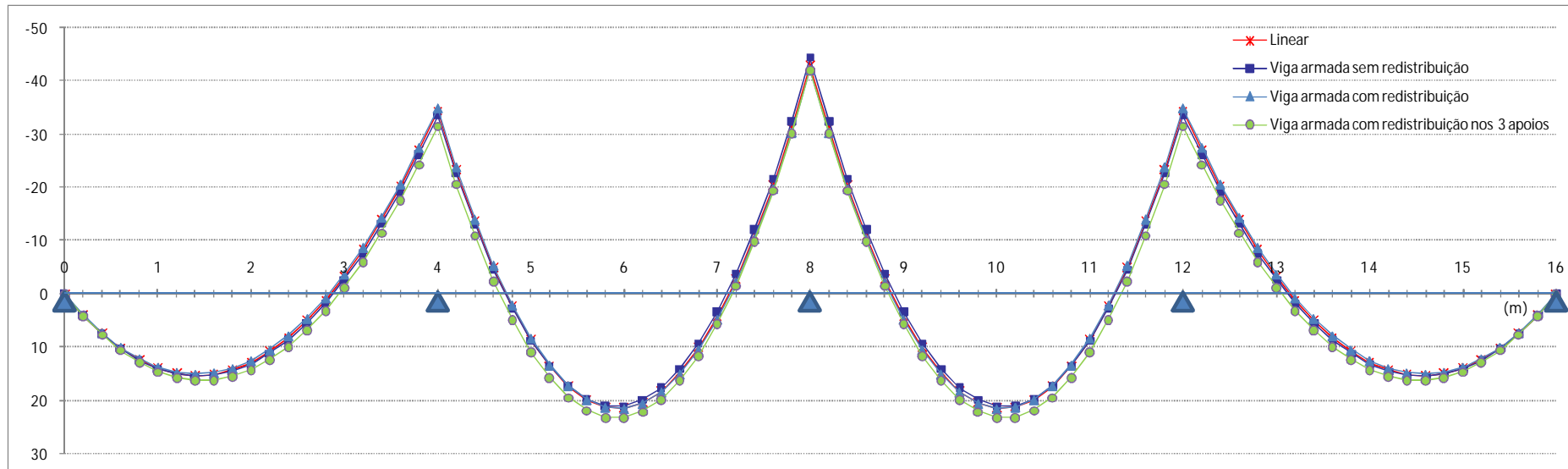


Figura 5.28 - Momentos fletores – Exemplo 4 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP

Tabela 5.3 - Exemplo 4 - Momentos fletores e diferenças percentuais em relação a análise linear

Diagrama	X (m)	1,4	Dif. %	4,0	Dif. %	6,0	Dif. %	8,0	Dif. %
Linear	Linear	15,30	-	-34,29	-	21,43	-	-42,86	-
Bi-linear	Sem Redistribuição	15,94	4,20	-32,45	5,35	22,19	3,55	-43,17	0,73
	Com Redistribuição	15,40	0,67	-33,99	0,86	22,67	5,81	-40,66	5,12
	Com Redistribuição (3 apoios)	16,51	7,92	-30,82	10,10	24,29	13,35	-40,60	5,27
NBR 6118	Sem Redistribuição	16,04	4,82	-32,18	6,15	22,99	7,28	-41,85	2,36
	Com Redistribuição	15,77	3,05	-32,95	3,89	23,31	8,76	-40,44	5,65
	Com Redistribuição (3 apoios)	16,19	5,85	-31,73	7,46	23,86	11,33	-40,56	5,37
CEB-FIP	Sem Redistribuição	15,58	1,82	-33,49	2,31	21,10	1,54	-44,31	3,39
	Com Redistribuição	15,09	1,38	-34,89	1,76	21,54	0,51	-42,04	1,91
	Com Redistribuição (3 apoios)	16,29	6,47	-31,46	8,25	23,27	8,59	-42,00	2,00

Em relação a viga armada sem redistribuição (Exemplo 4A), a análise dos resultados demonstrou que a distribuição de esforços pouco se alterou em relação a análise linear. A maior diferença observada foi de 7,28% para o momento positivo máximo nos vão centrais quando utilizado o diagrama proposto por Branson e indicado pela NBR6118.

Note-se que dos exemplos apresentados neste capítulo, este foi o único caso em que a viga armada sem redistribuição apresentou o diagrama de momentos fletores abaixo do diagrama elástico linear na maioria dos nós (exceção seja feita para os nós próximos ao apoio central para os diagramas momento-curvatura bi-linear e CEB-FIP). Acredita-se que este comportamento poderia ter ocorrido em função da armadura negativa ter sido dimensionada, propositalmente, um pouco menor que a obtida no cálculo, conforme é mostrado na tabela abaixo.

Apoio	Momento (kN.m)	$A_{s\text{necessária}}$ (cm ²)	$A_{s\text{efetiva}}$ (cm ²)	Diferença
2	34,29	3,26	3,14	3,68%
3	42,86	4,18	4,02	3,83%
4	34,29	3,26	3,14	3,68%

Para a viga detalhada com plastificação do momento negativo sobre o apoio central (Exemplo 4B) as maiores redistribuições de esforços foram observadas no momento positivo atuante nos vãos centrais, novamente para o diagrama referente à NBR 6118 de aproximadamente 9%.

Quando reduzido o momento negativo nos três apoios intermediários (Exemplo 4C), esta diferença cresce para 11,33% no nó central, para este mesmo diagrama. Porém, a maior redistribuição é obtida pelo diagrama simplificado, chegando a 13,35%. Note-se que as maiores redistribuições ocorrem nos vãos centrais e não nos apoios onde se considerou a plastificação. Este comportamento era de certa forma previsível, uma vez que as redistribuições impostas sobre os apoios se acumulam no vão.

É interessante observar que esta distribuição de esforços não ocorre quando utilizado o diagrama indicado pelo Código Modelo do CEB-FIP, onde as diferenças observadas nos apoios intermediários e nos vãos centrais apresentam a mesma ordem de grandeza.

Apesar dos multiplicadores de rigidez com valores mais baixos fornecidos pelo diagrama do CEB-FIP, como pode ser observado nas figuras a seguir, e também nos exemplos anteriores, as redistribuições obtidas por este diagrama foram de menor significância em relação aos outros diagramas para os três exemplos estudados neste item.

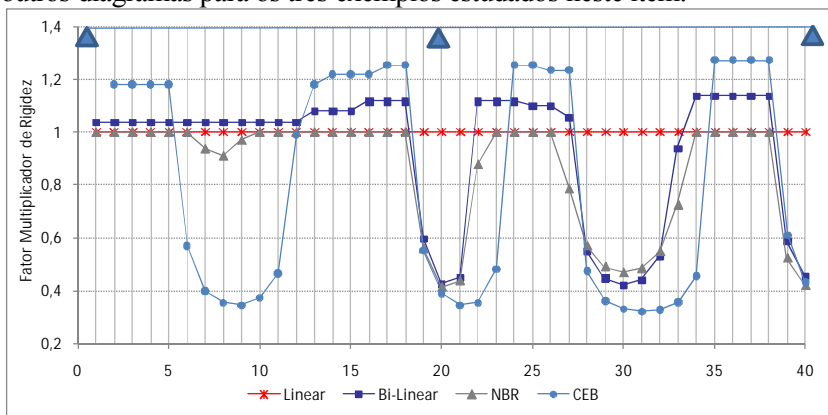


Figura 5.29 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 4A

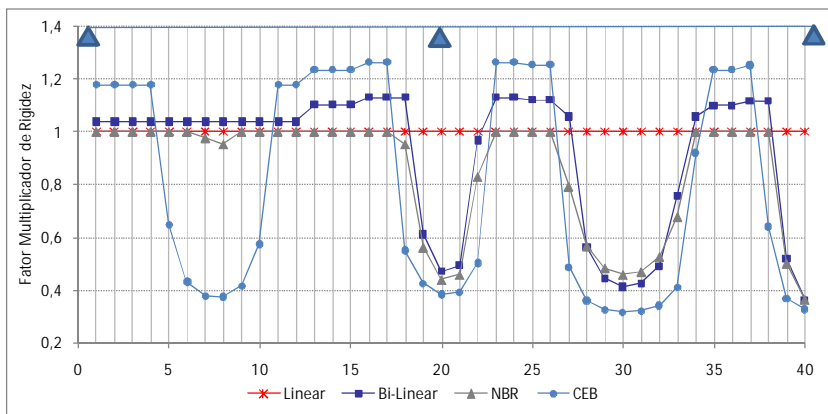


Figura 5.30 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 4B

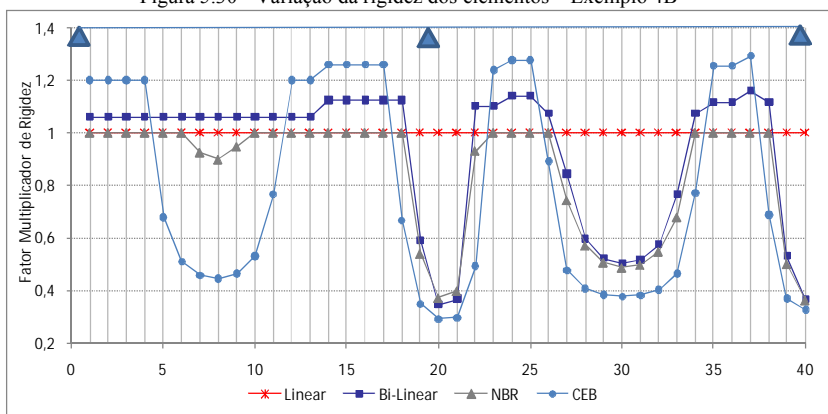


Figura 5.31 - Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 4C

5.1.5 Exemplo 5 – Viga Contínua com Fissuração apenas Sobre o Apoio

No caso de estruturas onde, por exemplo, a região do apoio sofre fissuração, mas não o meio do vão, a redistribuição de esforços pode ser significativa e o procedimento mostrado é adequado para realizar esse tipo de análise.

Como forma de representar esses casos, realizou-se uma análise simplificada, resolvendo novamente o Exemplo 1B, adotando para as barras próximas ao apoio a rigidez da seção fissurada encontrada neste mesmo exemplo e para as demais barras a rigidez da seção bruta de concreto, como pode ser observado no gráfico da Figura 5.32, por meio dos fatores multiplicadores de rigidez utilizados.

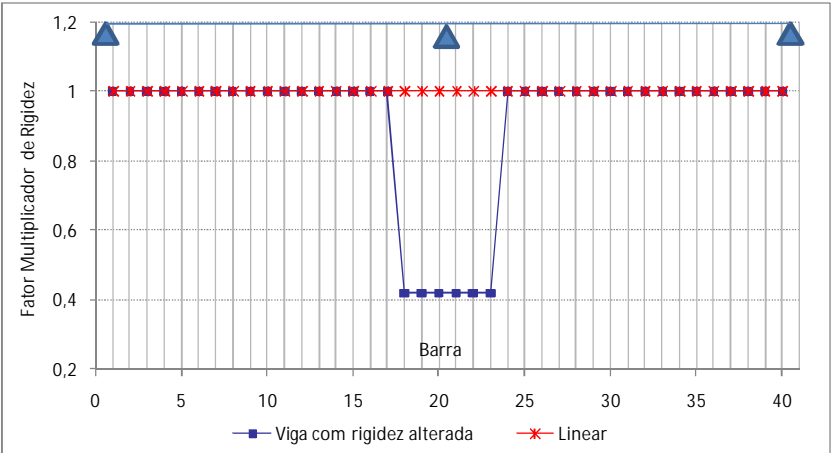


Figura 5.32 – Multiplicador de rigidez utilizados na análise simplificada.

O diagrama de momentos fletores obtido com esta simplificação é mostrado a seguir.

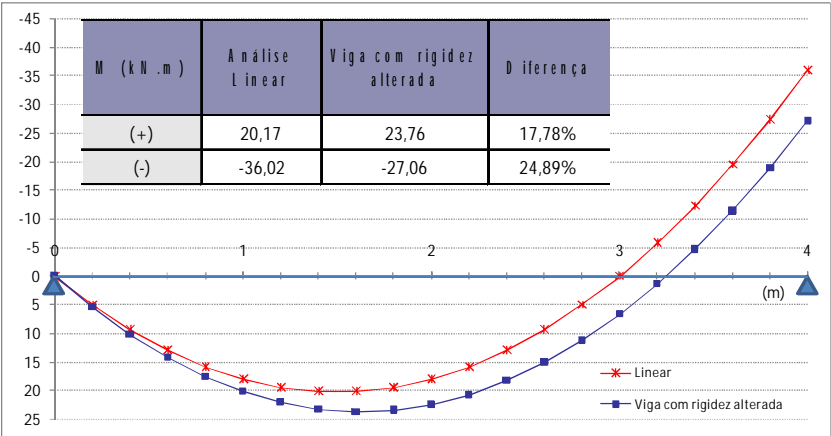


Figura 5.33 – Momentos fletores – Linear x Viga com rigidez modificada.

Observou-se que a redistribuição de esforços foi considerável, demonstrando que deve-se ter uma maior cautela com situações semelhantes a esta. Entretanto, não se conseguiu simular essa situação nos exemplos realizados nesta dissertação.

5.2 Análise de Lajes de BEFC

São apresentados aqui os diagramas de momento fletor das lajes centrais das Barragens de Itá e Machadinho decorrente do enchimento do reservatório, obtidos por meio da metodologia descrita anteriormente no item 3.7.

5.2.1 Laje da Barragem de Itá

A barragem da UHE Itá possui altura máxima de 125 m e se estende por 880m, onde a inclinação do paramento de montante é definida pela proporção 1:1,3 (v:h).

A laje em estudo, que representa a porção central do barramento, possui 16m de largura e aproximadamente 197m de comprimento. A altura desta laje foi dimensionada a partir da Equação 3.1, resultando em uma espessura que varia de 54 cm no pé da barragem até 30 cm na crista. A taxa de armadura adotada foi de 0,4% na direção principal da laje (paralela ao talude) e de 0,3% na direção secundária, posicionada no centro da laje.

Os deslocamentos utilizados para a determinação dos momentos fletores, foram obtidos por meio de análises numéricas de um modelo plano de elementos finitos do enrocamento mais a face de concreto realizadas por Loriggio e Senem (2003) e são mostrados a seguir.

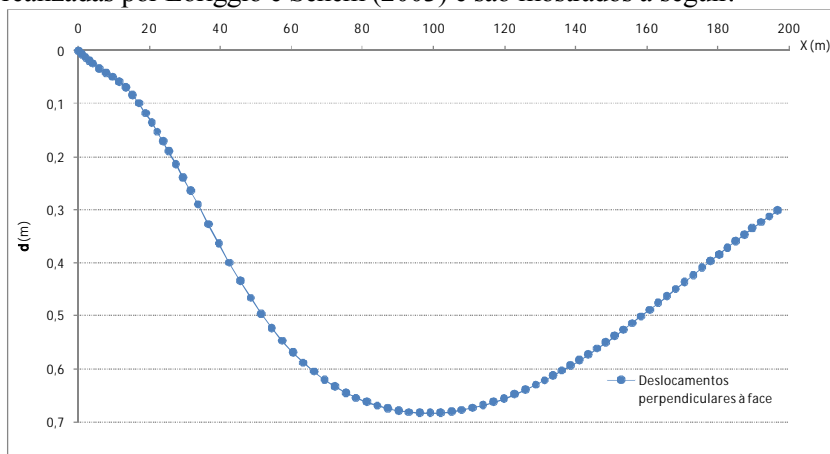


Figura 5.34 – Deslocamentos perpendiculares a face da Barragem de Itá devido a carga de enchimento

Os diagramas de momentos fletores obtidos são mostrados abaixo fazendo-se um comparativo com os resultados de uma análise elástico-linear.

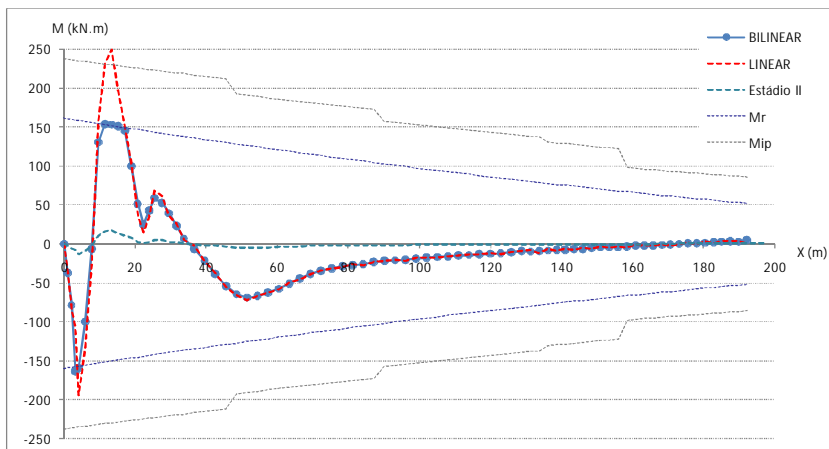


Figura 5.35 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama bi-linear

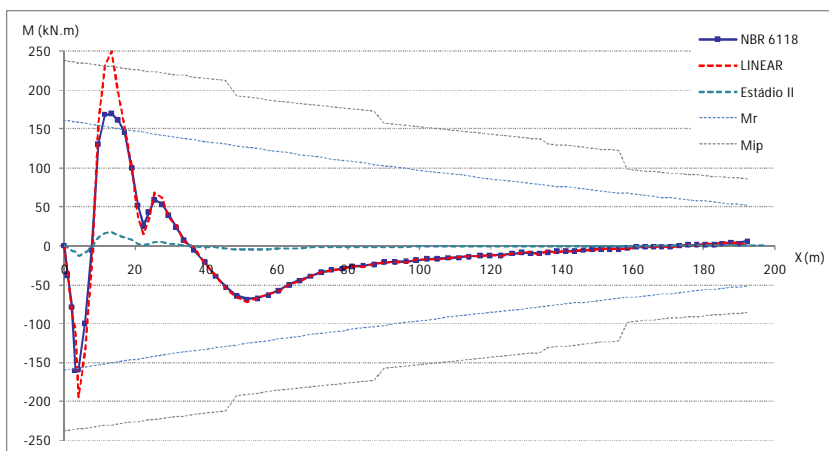


Figura 5.36 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pela NBR 6118

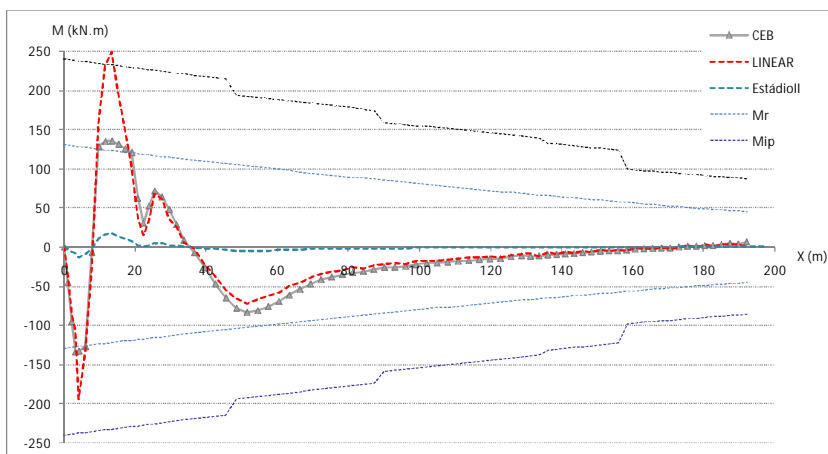


Figura 5.37 - Momentos flettores da laje de Itá – Diagrama pelo CEB-FIP

Nos diagramas apresentados acima também foram plotados os valores obtidos quando utilizada uma inércia no estágio II, que simula os resultados considerando todas as seções fissuradas, repetindo o estudo realizado por Loriggio e Senem (2003).

A análise dos resultados pelos três diagramas momento-curvatura utilizados demonstra que o comportamento desta laje fica bastante próximo ao linear para as seções que não atingiram o momento de fissuração, o que ocorre na maioria delas.

Na região mais próxima à base do barramento, onde as curvaturas são maiores, comparando os resultados da análise linear com os resultados obtidos por meio dos diagramas momento-curvatura, percebe-se que os valores obtidos por meio da análise linear apresentam valores muito altos, e que somente se desenvolveriam dessa forma, caso a laje tivesse um comportamento perfeitamente elástico linear.

Devido à fissuração causada pelos esforços de flexão, a estrutura apresenta um comportamento variando entre os estádios I e II. Os resultados obtidos por meio da análise não linear simplificada, a qual consegue descrever este comportamento, atribuindo à seção uma rigidez proporcional ao nível de solicitação atuante, demonstram que os valores neste trecho da laje não ultrapassam significativamente o valor do momento de fissuração da seção.

Deste modo, os resultados obtidos por meio desta metodologia são mais próximos aos valores dos momentos em serviço na laje. Possivelmente esses esforços apresentam variação devido à ação do efeito normal, que não foi considerada nessas análises.

O posicionamento das barras no centro da seção transversal, em função do efeito de membrana, não atende aos critérios usuais de dimensionamento e detalhamento prescrito pelas normas de concreto armado em uso. Segundo as mesmas, a posição da armadura em peças fletidas é definida pela região tracionada da seção.

A fim de verificar a influência no diagrama de momentos fletores foi realizado um estudo, alterando o posicionamento das barras de aço, distribuindo meio a meio a armadura da seção nas duas faces. Os resultados são mostrados abaixo.

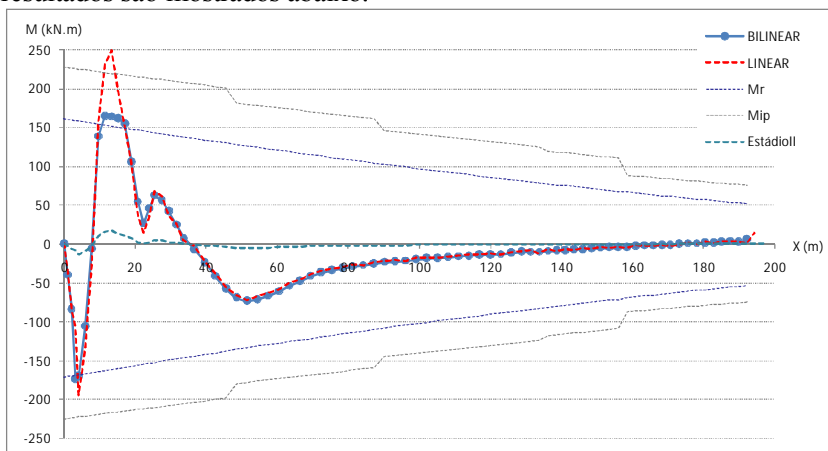


Figura 5.38 - Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama bi-linear – Armadura nas faces

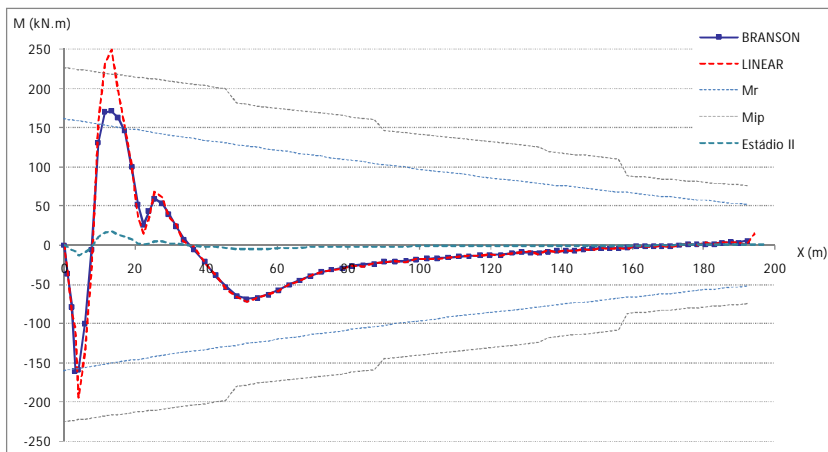


Figura 5.39 - Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pela NBR 6118 - Armadura nas faces

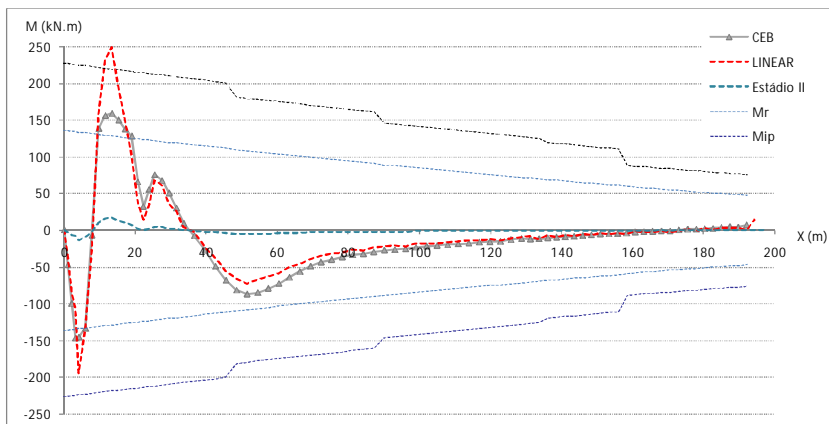


Figura 5.40 - Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pelo CEB-FIP - Armadura nas faces

Por meio da observação dos diagramas, nota-se que os resultados pouco se alteraram em relação aos resultados obtidos para a armadura posicionada no centro da seção transversal. Nas regiões fissuradas houve um aumento dos valores dos momentos fletores encontrados, porém pouco significativo.

Apesar do diagrama de momentos fletores não sofrer influência considerável quanto ao posicionamento das barras de armadura na seção transversal, o desempenho da laje seria muito superior quanto à abertura de fissura, caso a armadura fosse distribuída nas faces. Com a armadura posicionada no centro, as seções fissuradas passam a trabalhar praticamente com metade de sua espessura.

5.2.2 Laje da Barragem de Machadinho

O barramento da UHE Machadinho tem uma extensão total de aproximadamente 695m e possui uma altura máxima de 126m. Assim como a barragem de Itá, o talude à montante possui inclinação de 1:1,3 (v:h).

As lajes que compõem a face de concreto, também foram dimensionadas por meio de Equação 3.1, resultando em uma espessura que varia de 54 a 30 cm para a laje central do barramento. Para o dimensionamento das armaduras foram determinados os deslocamentos na face da barragem devido à carga de enchimento por meio de análises numéricas do enrocamento. Os deslocamentos foram então impostos a laje gerando momentos de dimensionamento ao longo da mesma.

O arranjo da armadura adotado para este dimensionamento caracteriza-se por dois trechos distintos: o primeiro deles até

aproximadamente meia altura da barragem, onde a laje foi armada nas duas direções e as barras distribuída nas duas faces, com taxa de armadura variando de 0,7% a 0,5%; e o segundo trecho onde adotou-se uma taxa de armadura mínima de 0,35%, com as barras dispostas no centro da seção.

Os deslocamentos utilizados para a determinação dos momentos fletores por meio do programa desenvolvido, foram cedidos pela CNEC Engenharia S.A. responsável pelo projeto da barragem.

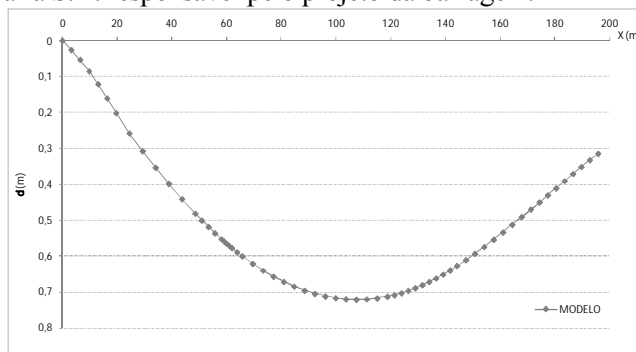


Figura 5.41 - Deslocamentos perpendiculares a face da Barragem de Machadinho devido a carga de enchimento

Os diagramas de momentos fletores obtidos por meio dos deslocamentos observados no modelo estrutural são mostrados abaixo fazendo-se um comparativo com os resultados de uma análise elástico-linear.

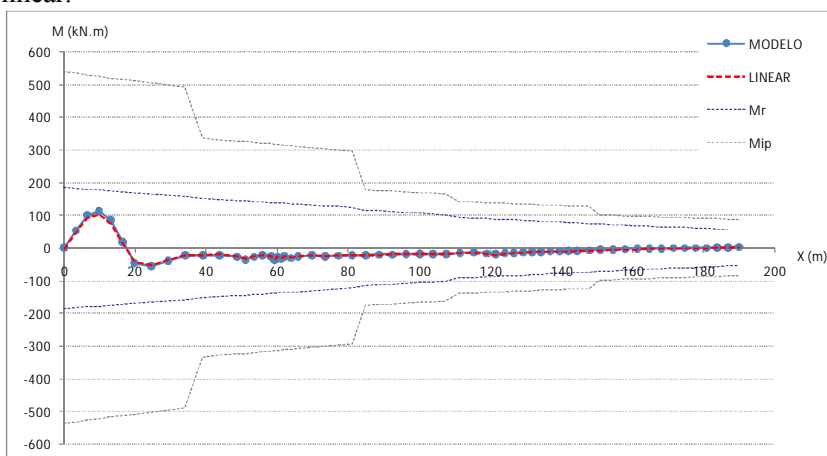


Figura 5.42 - Momentos fletores da laje de Machadinho – Diagrama bi-linear

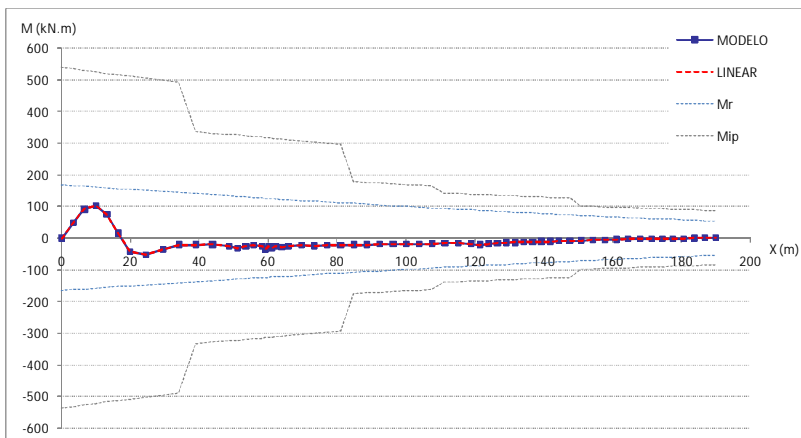


Figura 5.43 - Momentos fletores da laje de Machadinho – Diagrama pela NBR 6118

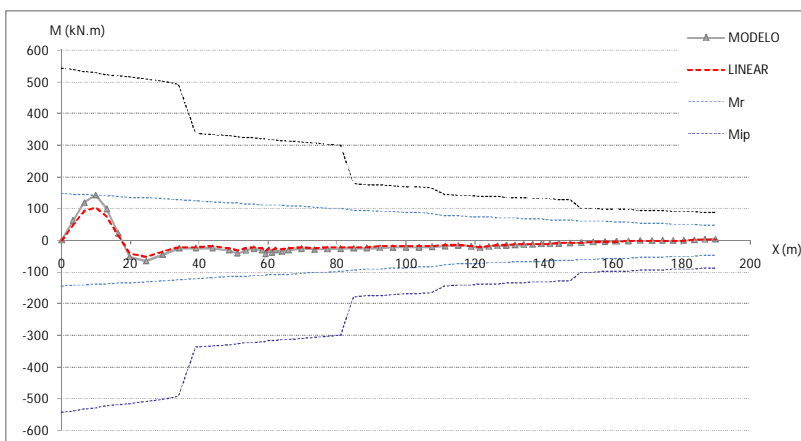


Figura 5.44 - Momentos fletores da laje de Machadinho – Diagrama pelo CEB-FIP

A análise dos resultados obtidos por meio da análise não linear simplificada revela que em nenhum ponto foi observado esforço maior que o momento de fissuração da seção, desta forma a estrutura comporta-se em regime elástico-linear.

Observa-se apenas uma pequena diferença em relação aos valores fornecidos pelo diagrama do Código Modelo do CEB-FIP quando comparados com os resultados da análise linear. Esta alteração nos resultados é causada pelo valor do módulo de elasticidade do concreto utilizado na formulação do CEB, o qual é um pouco maior que o prescrito pela NBR 6118.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo desenvolver um procedimento não linear simplificado para a determinação de esforços solicitantes para carregamentos típicos de serviço, onde foram utilizados diagramas momento-curvatura como forma de se considerar a não-linearidade física do concreto armado. Foi desenvolvido um módulo não linear, o qual foi acoplado a um programa de análise matricial desenvolvido anteriormente pelo professor orientador, como forma de automatizar o processo iterativo que envolvem essas análises.

Foram implementados no programa três tipos de diagramas momento-curvatura para se levar em conta a contribuição do concreto entre fissuras, o primeiro deles indicado pela NBR6118 e proposto por Branson, o segundo retirado do Código Modelo do CEB-FIP e o terceiro um diagrama bi-linear simplificado.

Foram estudados inicialmente exemplos de vigas contínuas, averiguando se há redistribuição significativa de esforços em serviço, comparando os resultados obtidos pelos três diferentes diagramas com os resultados usuais de uma análise elástico-linear. O mesmo procedimento, com pequenas alterações, foi utilizado para o estudo de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto.

O uso de diagramas momento-curvatura para a consideração da não-linearidade dos materiais mostrou-se muito útil e simples de ser implementado computacionalmente, além de fornecer informações importantes sobre o comportamento da seção transversal, servindo como ponto de apoio para a análise dos resultados.

O estudo dos diagramas momento-curvatura revelou que o diagrama proposto por Branson e indicado pela NBR 6118 para avaliação aproximada de flechas em vigas confere rigidezes maiores que os outros diagramas no caso de seções com pequenas taxas de armaduras, condição em que o efeito “*tension stiffening*” é mais acentuado. A formulação prescrita pelo Código Modelo do CEB-FIP é mais conservadora, incluindo no cálculo do momento de fissuração efeitos como a retração do concreto e variação de temperatura, gerando valores de rigidez secante mais baixos. O diagrama bi-linear, embora tenha sua construção bastante simplificada, ficando definido apenas por dois pontos, apresentou bons resultados quando comparado com os demais no caso da obtenção de esforços.

Contudo, as considerações feitas acima (quanto à maior ou menor rigidez proporcionada pelos diferentes diagramas) não são transmitidas diretamente para os momentos fletores calculados por meio do programa

desenvolvido. Desta forma, não obrigatoriamente, o diagrama que oferece os menores valores de rigidez resultará no diagrama de momentos fletores mais flexível. Ocorre que em estruturas hiperestáticas a distribuição de esforços é definida pela relação entre as rigidezes dos diversos trechos da estrutura e não somente de um valor em determinado ponto.

Ao longo dos exemplos estudados deparou-se com algumas situações em que não foi obtida solução final para os resultados por meio do procedimento iterativo inicialmente implementado para a resolução das estruturas. Desta forma, foram elaborados alguns estudos sobre a não convergência dos valores, por meio do uso de um procedimento incremental de carga, onde se pode observar a variação dos esforços e rigidezes impostas às barras no decorrer da aplicação do carregamento. Inclusive a combinação dos dois procedimentos (iterativo e incremental) também foi testada.

Estes estudos, embora não tenham sido conclusivos, apresentaram um indicativo de que a ausência de convergência observada em certas circunstâncias possa ser conferida ao formato dos diagramas momento-curvatura que por vezes apresentam um vértice, quando o comportamento da seção descrito pelo diagrama passa do linear para o não linear. Fica a sugestão para futuras pesquisas o estudo mais aprofundado sobre a questão da convergência dos resultados com aplicação de artifícios, como o emprego de curvas nestes pontos que possam se adaptar aos diagramas momento-curvatura.

O estudo de vigas contínuas por meio da análise não linear simplificada, com o objetivo de verificar se haveria redistribuição de esforços significativa sob condições de serviço, principalmente no caso das peças dimensionadas com uma porcentagem de redução nos momentos negativos, mostrou que para casos usuais, as redistribuições são de pequena magnitude, tanto para as vigas armadas com e sem redistribuição.

Desta forma, as prescrições da NBR 6118 quanto ao uso da análise linear para as verificações do Estado Limite de Serviço, inclusive para as estruturas dimensionadas com redistribuição de esforços, mostraram-se adequadas.

Em apenas três ocasiões foi observado percentual de redistribuição maior que 10% em relação ao valor do momento dado pela análise linear, sendo que a redistribuição admitida no dimensionamento para todos os exemplos foi de 25%.

As mesmas rotinas de geração de diagramas momento curvatura foram empregadas na determinação dos diagramas de momentos fletores

de lajes de barragens de enrocamento com face de concreto. A metodologia aplicada, apesar de ser bastante simples e de considerar apenas os efeitos de flexão nessas lajes, forneceu resultados mais adequados, com valores mais reais do que os obtidos por meio de uma análise elástica usual. Esta metodologia também pode ser empregada em retro-análises, onde se utilizam deslocamentos observados em campo na obtenção dos esforços.

Por fim, ainda que o procedimento iterativo tenha apresentado problemas de convergência em alguns exemplos, o programa desenvolvido mostrou-se uma ferramenta que pode auxiliar nas verificações do estado limite de serviço, incluindo a avaliação das flechas, que mesmo não sendo o foco dos estudos realizados, apresentam valores mais exatos que os calculados a partir das prescrições da NBR 6118, com exceção do diagrama simplificado.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 170p.
2. BASSO, R. V. **Estudo de Tensão-Deformação de um Enrocamento Visando Barragens de Enrocamento com Face de Concreto**. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado). Orientador: Paulo Teixeira da Cruz - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
3. BUCHAIM, R. **A Influência da Não-Linearidade Física do Concreto Armado na Rigidez à Flexão e na Capacidade de Rotação Plástica**. 2001. 284 f. Tese (Doutorado). Orientador: Fernando R. Stucchi – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.
4. BURATO, N. A. **Análise de Flexão de Placas de Concreto Armado com Não-Linearidade Material Utilizando um Método Iterativo Direto Aproximado**. 1993. 213 f. Dissertação (Mestrado). Orientador: Daniel Domingues Loriggio - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1993.
5. CÂMARA, J.M.M.N. **Comportamento em Serviço em Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado**. 1988. 190 f. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil - Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 1988.
6. CARVALHO, R. C. **Análise Não Linear de Pavimentos de Edifícios de Concreto Por meio da Analogia de Grelha**. 1994. 216 f. Tese (Doutorado em Estruturas). Orientador: Mounir Khalil El Debs – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.
7. CHEN, W. F. **Plasticity in Reinforced Concrete**. MacGraw-Hill Book Company, 1982.
8. CHIMELLO, A. A. **Análise Não Linear de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Laminados PRFC**. 2003. 178f. Dissertação (Mestrado). Orientadora: Henriette Lebre La Rovere – Universidade Federal de Santa Catarina,

- Florianópolis, 2003.
9. COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETON, **Código Modelo do CEB-FIP 1990**: Design Code. London, 1991.
 10. CRUZ, P. T. **100 Barragens Brasileiras: casos históricos, materiais de construção, projeto**. Oficina de Textos, São Paulo, 1996.
 11. ELETROBRÁS; COMITE BRASILEIRO DE BARRAGENS, **Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas**. Out. 2003.
 12. FRANÇA, R. L. S. **Contribuição ao Estudo dos Efeitos de Segunda Ordem em Pilares de Concreto Armado**. 1991. Tese (Doutorado em Estruturas) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.
 13. GHALI, A. **Deflection of Reinforced Concrete Members: A Critical Review**. ACI Structural Journal, V.90, No.4, Jul.-Ago. 1993, p. 364 - 373.
 14. GHALI, A; AZARNEJAD, A. **Deflection Prediction of Members of Any Concrete Strenght**. ACI Structural Journal, V.96, No.5, Set.-Out. 1999, p. 807 - 817.
 15. GHALI, A. & FAVRE, R. **Concrete Structures: Stresses and Deformations**. Published by E&FN Spon, London, 1994.
 16. GILBERT, R. I. **Deflection Calculation for Reinforced Concrete Structures: Why We Sometimes Get It Wrong**. ACI Structural Journal, V.96, No.6, Nov.-Dez. 1999, p. 1027 - 1033.
 17. LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: Verificação da Capacidade de Utilização**. Vol. 4. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1971.
 18. LORIGGIO, D. D. **Notas de Aula de Estruras em Regime Elasto-Plástico – ECV 4305**. Apostila do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC/CTC/UFSC, Florianópolis, 2003.

19. LORIGGIO, D. D.; SENEM, P. R.. **Análise Crítica dos Critérios de Projeto da Laje de Concreto em barragens de enrocamento com face de Concreto.** In: II CITENEL, 2003, Salvador. Anais do II CITENEL: II Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica. Brasília: ANEEL, 2003. v. 2, p. 255 - 261.
20. MAYER, C. & OKAMURA, H. **Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures.** Published by A.S.C.E, New York, 1985.
21. OLIVEIRA, P. H. A. S. **Processo Aproximado para a Consideração da Não-Linearidade Física de Pilares em Concreto Armado.** 2004. 139 f. Dissertação (Mestrado). Orientador: Ricardo Leopoldo e Silva França - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
22. OWEN, D. R. J. & HINTON, E. **Finite Elements in Plasticity – Theory and Practice.** Ed. Pineridge Press Limited, U.K., 1980.
23. SENEM, P. R.; LORIGGIO, D. D. **Análise Limite de Estruturas de Concreto Armado.** In: 43º Congresso Brasileiro do Concreto - IBRACON, 2001, Foz do Iguaçu. Anais do 43º Congresso Brasileiro do Concreto - IBRACON. São Paulo: IBRACON, 2001.
24. SENEM, P. R. **Contribuições para a Análise de Pórticos Planos com Não-Linearidade Material.** 2000. 164f. Dissertação (Mestrado). Orientador: Daniel Domingues Loriggio - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
25. SHERARD, J. L.; COOKE J. B. **Barragens de Enrocamento com Face de Concreto: avaliação, projeto.** Tradução: Hamilton G. de Oliveira. São Paulo: Comitê Brasileiro de Barragens – Núcleo de São Paulo, 2004.
26. SOUZA, K. I. S. **Barragens de Enrocamento com Face de Concreto: análise de tensões pelo método dos elementos finitos na fase construtiva por etapas.** 2008. 160f. Dissertação (Mestrado). Orientadora: Henriette Lebre La Rovere –

Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

27. STRAMANDINOLI, R. S. B. **Modelos de Elementos Finitos para Análise Não Linear Física e Geométrica de Vigas e Pórticos Planos de Concreto Armado.** 2007. 238f. Tese (Doutorado). Orientadora: Henriette Lebre La Rovere – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.
28. SYMPOSIUM ON CONCRETE FACE ROCKFILL DAMS, 3., 2007, Florianópolis. **Concrete face Rockfill Dams: Proceedings.** Rio de Janeiro: Comitê Brasileiro de Barragens, 2007.
29. TENG, S.; BRANSON, D. E. **Initial and Time-Dependent Deformation of Progressively Cracking Nonprestressed and Partially Prestressed Concrete Beams.** ACI Structural Journal, V.90, No.5, Set.-Out. 1993, p. 480 - 488.

ANEXO A

Estudo sobre a Convergência

O exemplo da Figura A.1, com poucas variações em relação ao exemplo do item 4.3 utilizado para a determinação do critério de convergência, foi rodado com dois carregamentos diferentes simulando duas combinações de serviço, para os três tipos de digramas momento-curvatura implementados no programa. Em algumas situações não foi alcançada convergência.

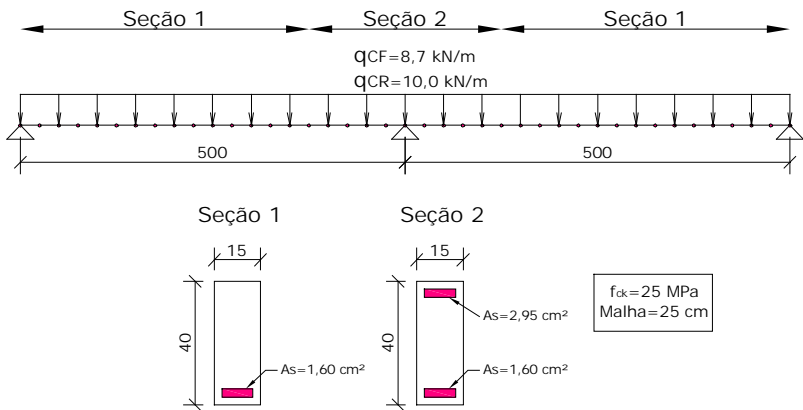


Figura A.1 – Dados – Caso sem convergência

• Cálculo dos Carregamentos em Serviço:

Imaginando que a viga do exemplo em questão suporte ao longo de seu eixo longitudinal 1,60m de uma laje maciça com 15 cm de espessura, e supondo ainda que a mesma faça parte da estrutura de um edifício residencial, tem-se:

Tabela A.1 – Carga distribuída na laje – Caso sem convergência

Carga na Laje (kN/m²)	
Permanente	Acidental
$P_p = 3,75$ $Rev = 1,05$	1,50
4,8	1,50

Tabela A.2 – Cálculo do carregamento distribuído na viga – Caso sem convergência

Combinação de Serviço	Coefficiente de Ponderação das Ações para ELS (γ_{f2})	Cálculo das Solicitações $F_{ser} = F_g + \gamma_{f2} F_q$	$q_{ser} \text{ (kN/m)}$
Rara (CR)	1,0	$(4,8 + 1,0 \times 1,50) \times 1,60\text{m}$	10,08 ~ 10,0
Frequente (CF)	0,4	$(4,8 + 0,4 \times 1,50) \times 1,60\text{m}$	8,64 ~ 8,7

Os resultados para as duas combinações de serviço são apresentados a seguir.

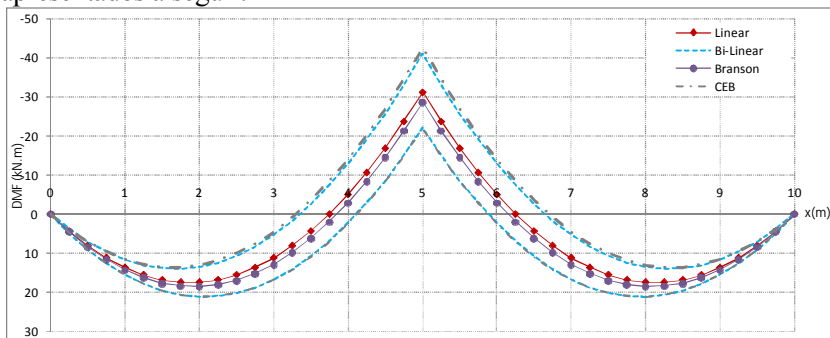


Figura A.2 - Diagrama de momentos fletores – Caso sem convergência– Combinação rara

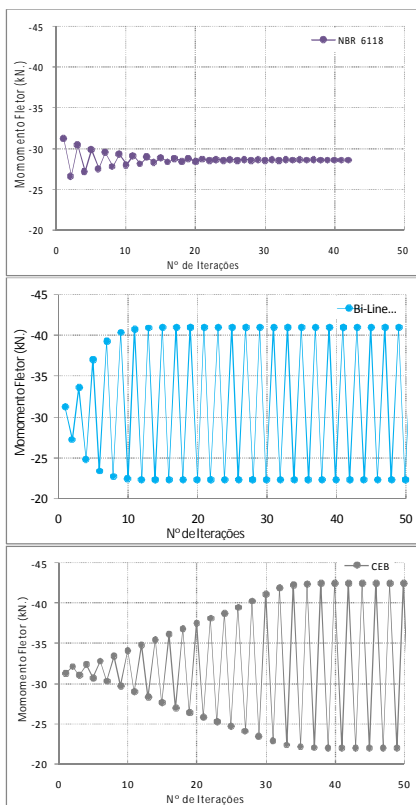


Figura A.3 - Momento sobre o apoio central ($x=5m$) – Caso sem convergência – Combinação rara

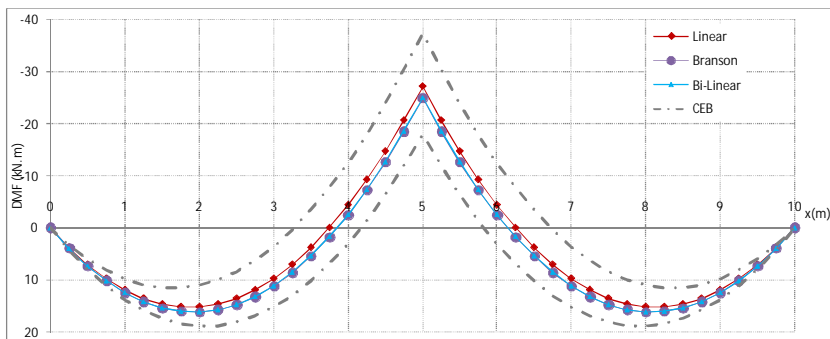


Figura A.4 - Diagrama de momentos fletores – Caso sem convergência – Combinação freqüente

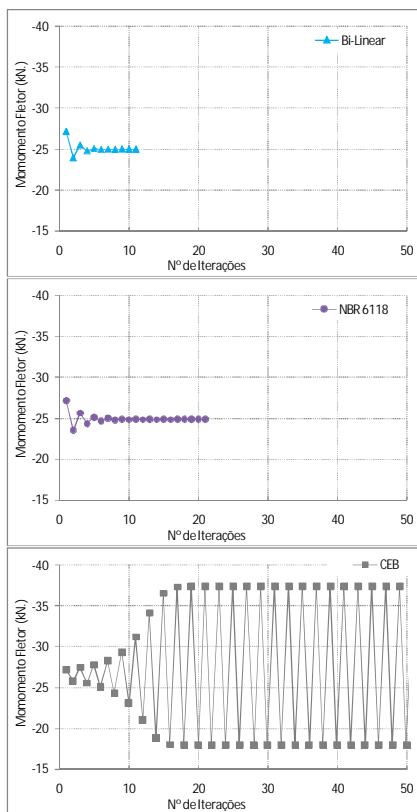


Figura A.5 - Momento sobre o apoio central ($x=5m$) – Caso sem convergência– Combinação freqüente

Apenas para o digrama momento-curvatura da NBR 6118 foi obtida a convergência dos resultados para as duas combinações de serviço estudadas. Para os outros dois tipos de diagramas, como pode ser melhor observado na Figura A.3, os resultados divergem a princípio e posteriormente estabilizam para dois valores diferentes, considerando a combinação rara. Para a combinação de serviço freqüente os resultados pelo diagrama bi-linear convergem rapidamente, enquanto que os resultados pelo CEB-FIP apresentam o mesmo comportamento observado para a combinação rara.

Para melhor analisar o exemplo em estudo, lançou-se mão de um método incremental de carga onde as iterações foram suprimidas, ou seja, a cada incremento de carga a rigidez da barra foi alterada uma única vez e não foi verificada a convergência. Neste método é necessário que os incrementos de carga sejam pequenos o suficiente para que os resultados fiquem o mais próximo possível da solução exata. A viga em estudo foi rodada novamente para os diagramas momento-curvatura bi-linear e CEB-FIP com 200, 400 e 1000 incrementos de carga.

Inicialmente, na aplicação do método incremental permitiu-se que a rigidez da barra variasse livremente de acordo com o esforço calculado na etapa de carga anterior.

Em seguida, testou-se uma variação deste procedimento onde o valor do produto de rigidez do elemento foi limitado de modo que, a cada incremento de carga, poderia ser utilizada apenas rigidez menor ou igual à utilizada no incremento antecedente. Tomando como exemplo uma barra, que em determinado incremento de carga fissura e não possui mais a rigidez de um trecho inteiro, no próximo incremento de carga, não poderá ser atribuída a esta barra rigidez maior que a rigidez fissurada, mesmo que o momento calculado para este incremento de carga seja menor que o momento de fissuração.

Os resultados são mostrados a seguir para o apoio central e para o meio do vão. São mostrados também os módulos de elasticidade utilizados a cada incremento de carga.

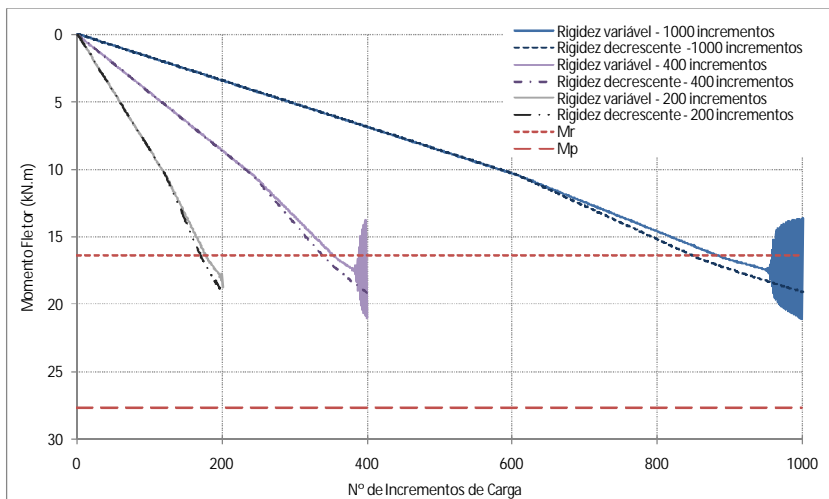


Figura A.6 – Momento fletor no meio do vão – Método incremental - Diagrama bi-linear

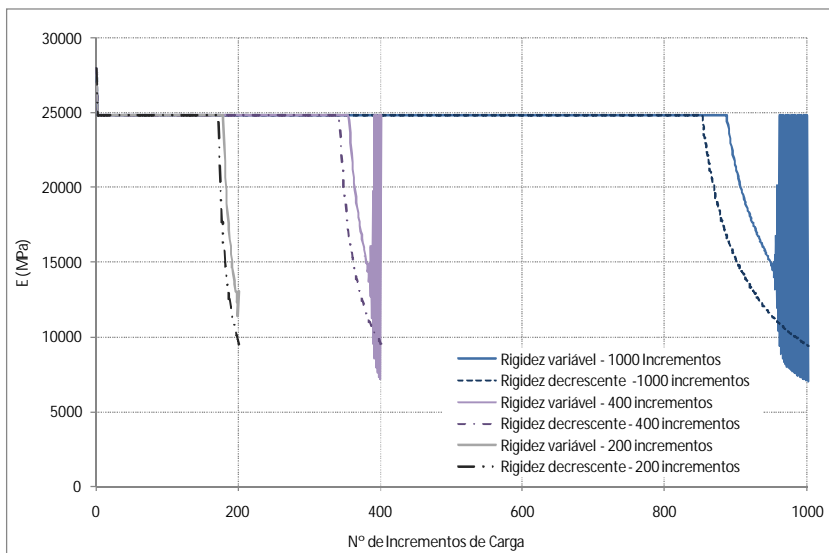


Figura A.7 – Módulo de elasticidade – Meio do vão - Método incremental – Diagrama bi-linear

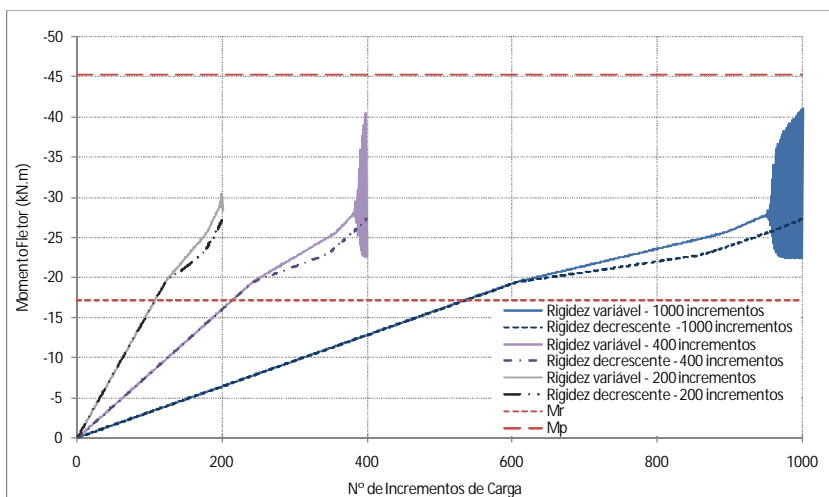


Figura A.8 – Momento fletor sobre o apoio central – Método incremental – Diagrama bi-linear

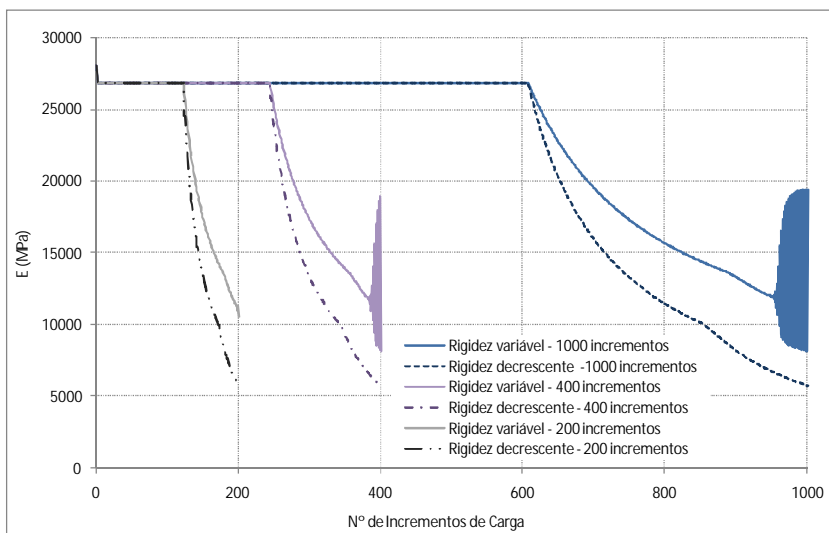


Figura A.9 – Módulo de elasticidade – Apoio central – Método incremental – Diagrama bi-linear

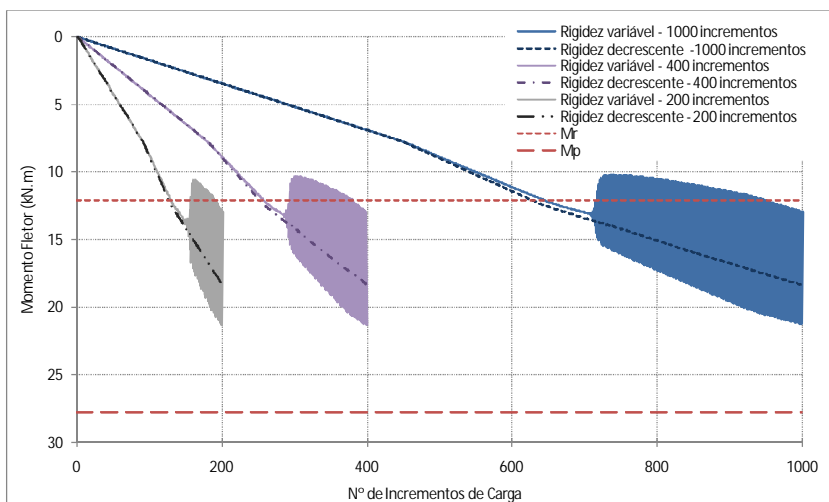


Figura A.10 – Momento fletor no meio do vão – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP

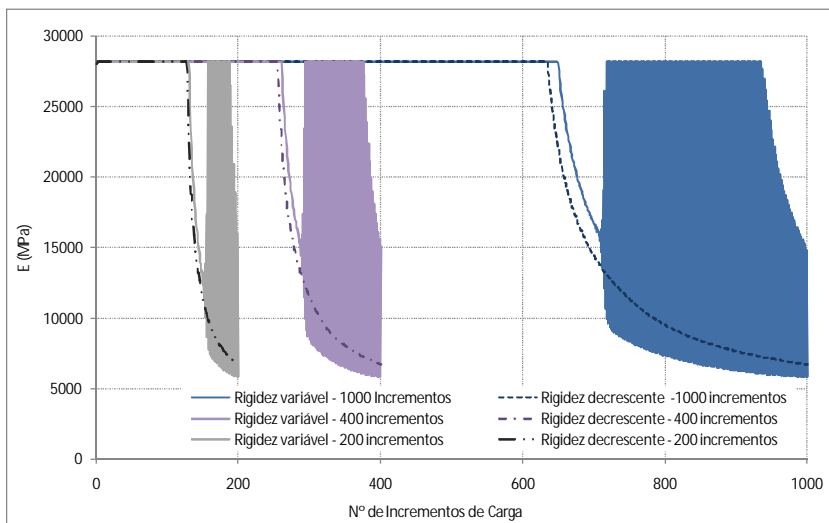


Figura A.11 – Módulo de elasticidade – Meio do vão – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP

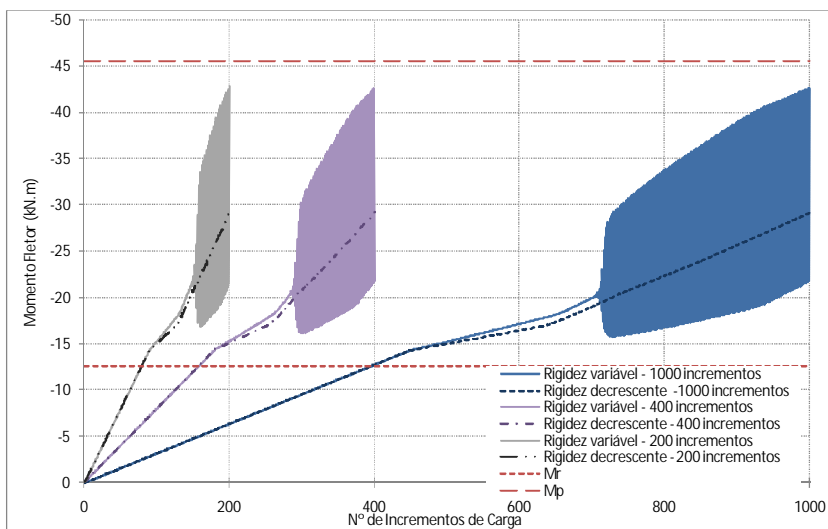


Figura A.12 – Momento fletor sobre o apoio central – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP

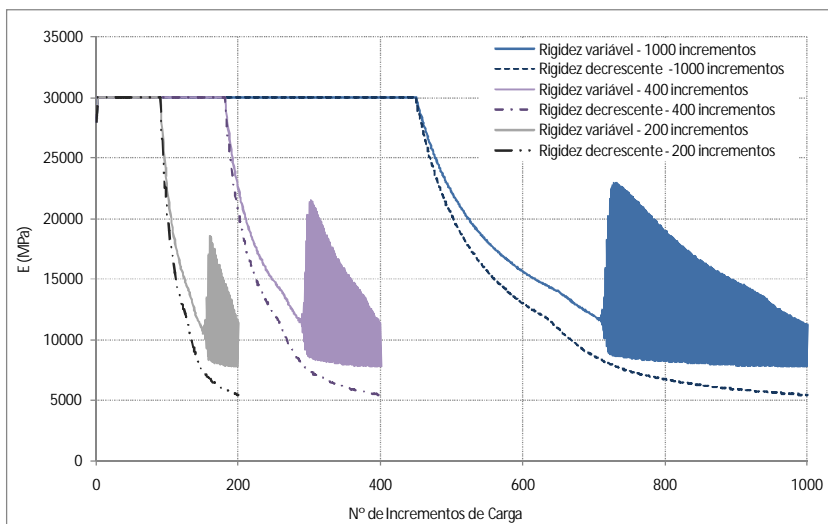


Figura A.13 – Módulo de elasticidade – Apoio central – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP

Observa-se dos gráficos anteriormente apresentados, que no procedimento incremental em que a rigidez das barras variava (tanto para cima quanto para baixo) de acordo com o esforço calculado na etapa de carga anterior, não foi atingida a convergência dos resultados.

Em relação ao diagrama bi-linear, os valores começam a variar muito, próximo aos últimos incrementos de carga. A mesma variação é observada para o diagrama indicado pelo CEB-FIP, porém para valores de carga mais baixos (cerca de 70% da carga total).

A princípio, poder-se-ia pensar que o carregamento utilizado no exemplo estaria relativamente próximo a carga de ruína, influenciando na convergência dos resultados, uma vez que os diagramas momento-curvatura foram construídos com hipóteses de serviço. Entretanto, nota-se que os valores dos momentos em nenhum dos casos ultrapassaram o valor do momento de início de plastificação, representado nos gráficos pela linha tracejada com maior espaçamento.

O que ocorre aqui é algo parecido com o que ocorre quando se utiliza o procedimento iterativo. Supondo uma barra que em certo incremento de carga ou iteração tem uma rigidez inicial EI_i , correspondente a esse valor de rigidez é calculado um momento para esta barra (M_i), que por exemplo, é maior que o momento de fissuração da seção ($M_i > M_r$). Conseqüentemente, na iteração ou incremento de carga seguinte, será imposta a esta barra uma rigidez menor que a inicial ($EI_{i+1} < EI_i$), que resultará também em um esforço mais baixo que o calculado na etapa anterior ($M_{i+1} < M_i$). Na próxima iteração ou incremento, será atribuída a esta barra uma rigidez maior em função do momento mais baixo o que gerará um momento mais alto, assim o processo se repete e não converge.

Para o método incremental onde se controlou a rigidez de forma que esta fosse decrescendo de acordo com o aumento do carregamento, não ocorreu problema na obtenção dos valores dos esforços finais. Nota-se que os valores dos momentos obtidos por esse método praticamente não apresentam diferenças quando foi variado o número de incrementos de carga, apresentando valores adequados já para 200 incrementos de carga.

Suspeita-se que a falta de convergência observada para os resultados obtidos por meio dos diagramas momento-curvatura bi-linear e CEB-FIP possa ser atribuída ao formato desses diagramas, que a após o momento de fissuração, mudam bruscamente de direção formando um “bico”, situação que poderia comprometer a convergência dos valores. O diagrama momento-curvatura construído a partir das prescrições da NBR6118 e proposto por Branson, por se tratar de uma curva, não apresentou problemas de convergência.

Este fato fica mais evidente quando implementa-se um procedimento iterativo e incremental e permite-se que a rigidez varie livremente de acordo com o esforço atuante apenas nas iterações que

compreendem um único incremento de carga (depois de atingida a convergência para o incremento de carga X, no incremento X+1 não poderá ser utilizado para a rigidez valor menor que o utilizado na ultima iteração do incremento X). O processo não atinge convergência, estagnando em um valor próximo ao momento de fissuração, como é mostrado nos gráficos da Figura A.14 e Figura A.15.

Neste estudo, para as três formas de aplicação do procedimento incremental foram utilizados 1000 incrementos de carga.

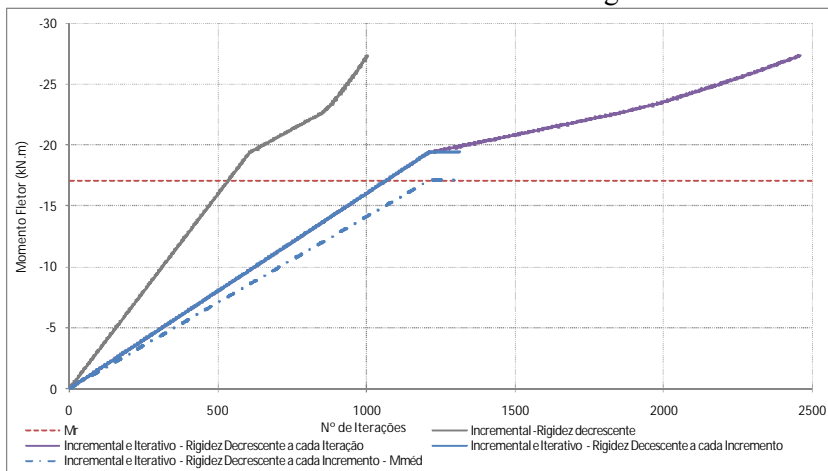


Figura A.14 – Momento Fletor sobre o Apoio Central – Método Incremental e Iterativo – Diagrama Bi-Linear.

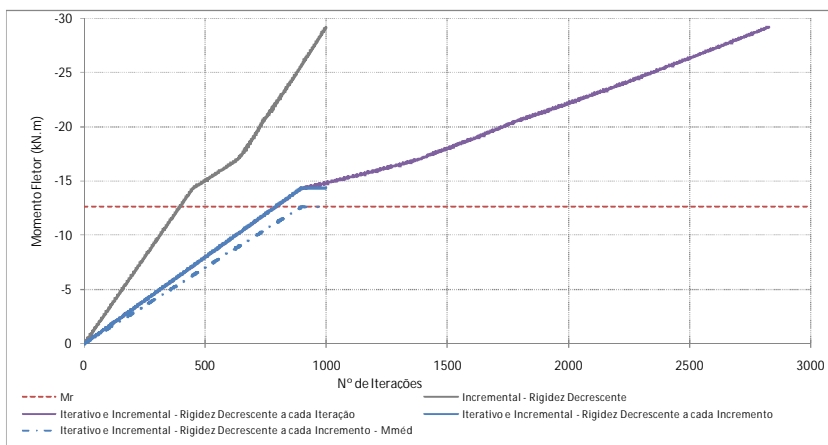


Figura A.15 - Momento Fletor sobre o Apoio Central – Método Incremental e Iterativo – Diagrama pelo CEB-FIP.

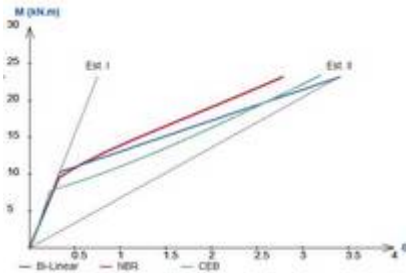
Na Figura A.14 e Figura A.15 as linhas traço e ponto representam o valor do momento médio entre os nós inicial e final da barra, o qual é utilizado para a troca da rigidez da barra entre iterações. Note-se que esta linha pára exatamente sobre o valor correspondente ao momento de fissuração, exatamente onde os diagramas deixam de ser lineares.

A linha cinza representa os resultados do procedimento incremental com rigidez decrescente a cada incremento enquanto que a linha roxa traduz os resultados do procedimento iterativo e incremental com rigidez decrescente a cada iteração. Quando implementa-se o processo incremental em conjunto com o processo iterativo, o número de iterações necessárias para a obtenção do momento final é demasiadamente grande frente ao número de incrementos de carga imposto, e praticamente não há diferença no valor obtido quando comparado com o resultado do procedimento incremental.

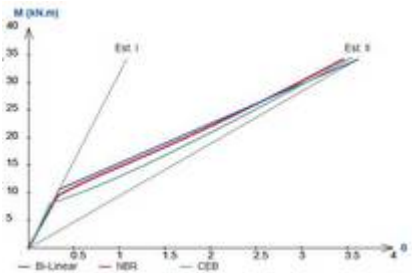
ANEXO B

Diagramas Momento-Curvatura das Seções

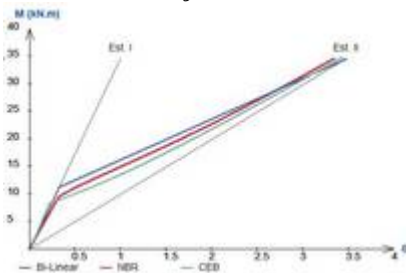
- Exemplo 1A- Viga armada sem redistribuição de esforços



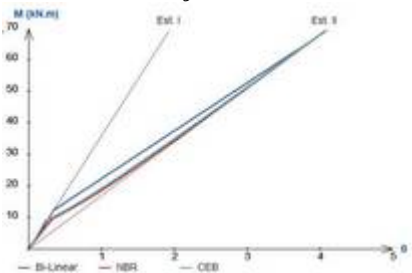
Seção 1



Seção 2

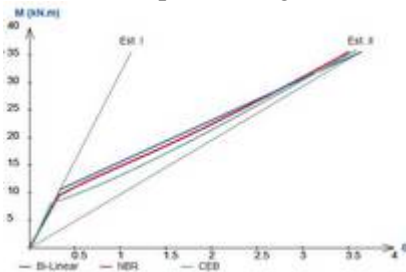


Seção 3

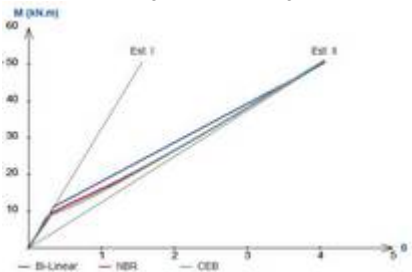


Seção 4

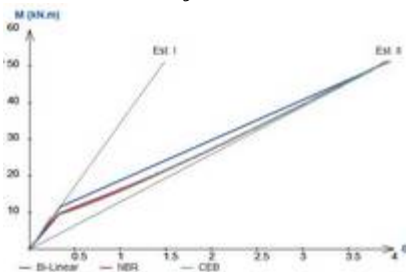
- Exemplo 1B- Viga armada com redistribuição de esforços



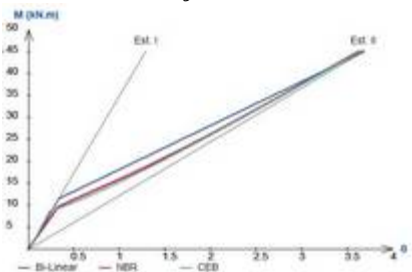
Seção 1



Seção 2

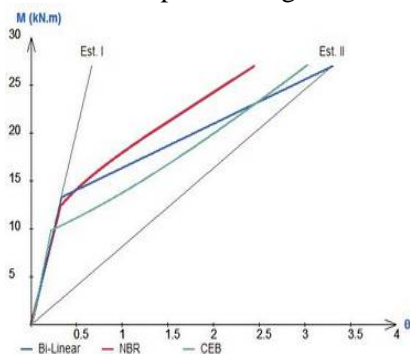


Seção 3

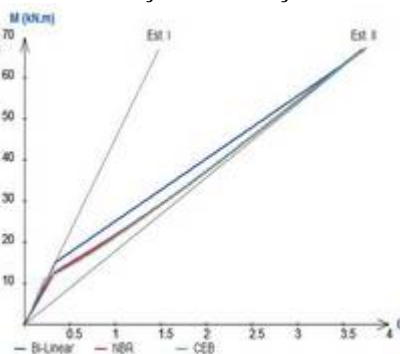


Seção 4

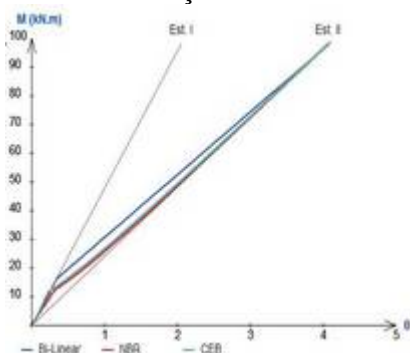
- Exemplo 2A- Viga armada sem redistribuição de esforços



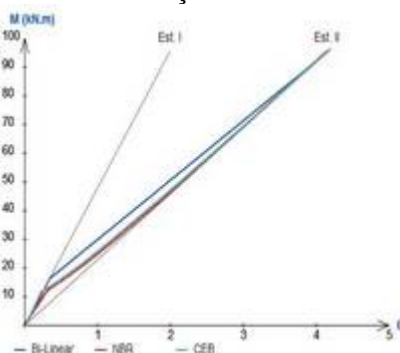
Seção 1



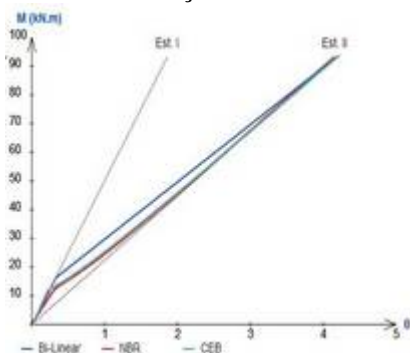
Seção 2



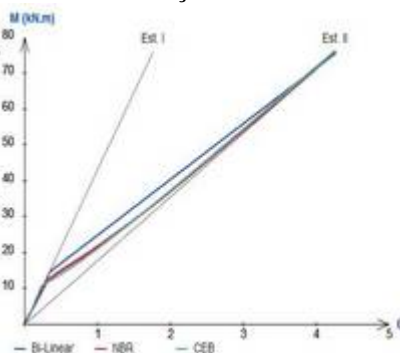
Seção 3



Seção 4

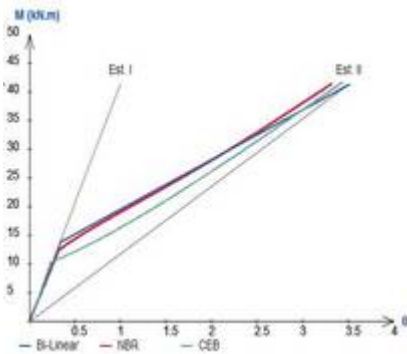


Seção 5

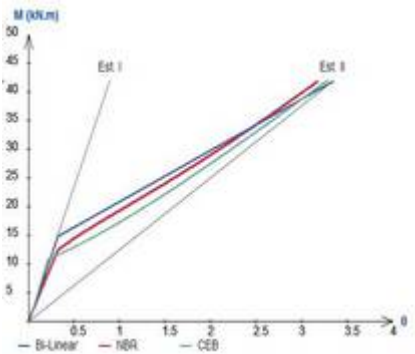


Seção 6

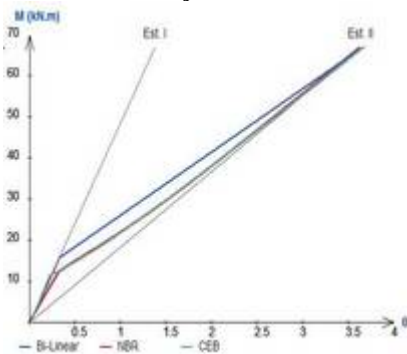
- Exemplo 2B- Viga armada com redistribuição de esforços



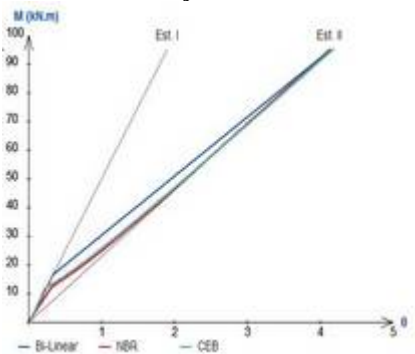
Seção 1



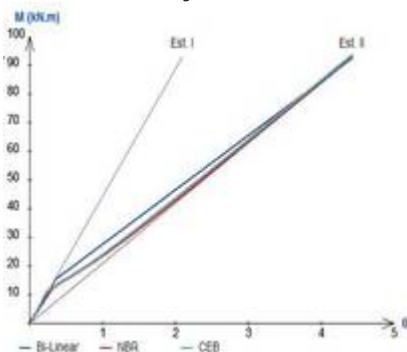
Seção 2



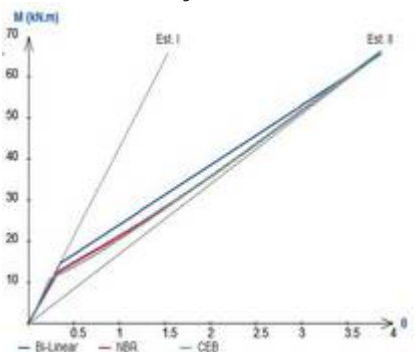
Seção 3



Seção 4

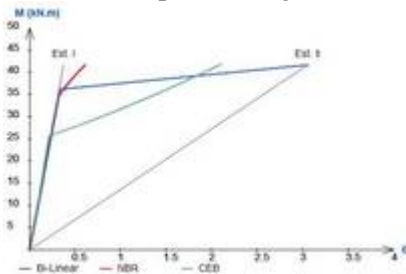


Seção 5

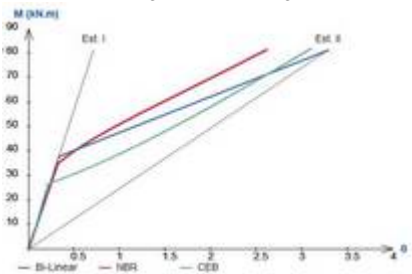


Seção 6

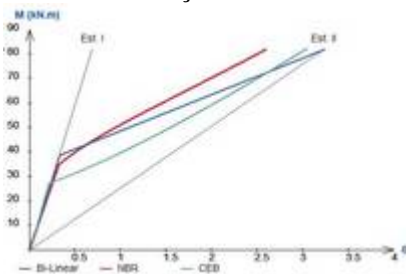
- Exemplo 3A- Viga armada sem redistribuição de esforços



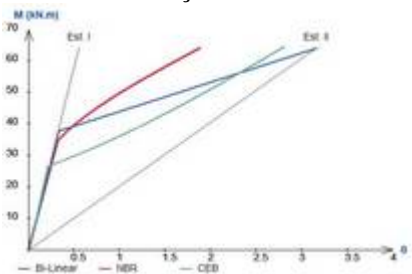
Seção 1



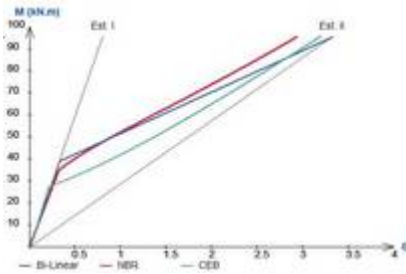
Seção 2



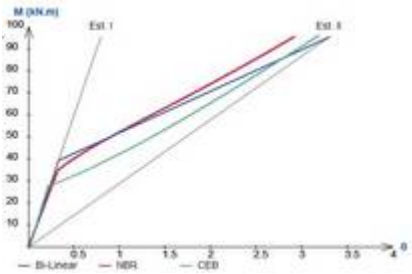
Seção 3



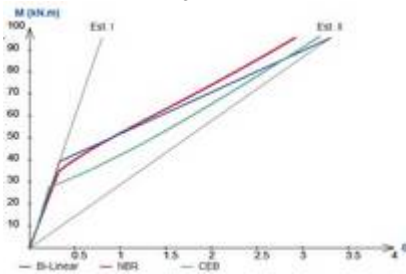
Seção 4



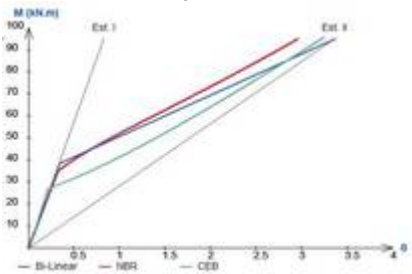
Seção 5



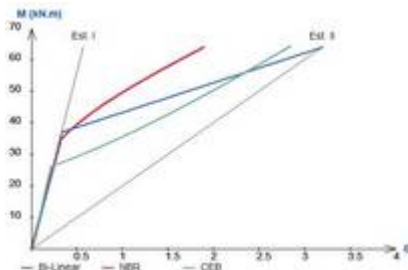
Seção 6



Seção 7

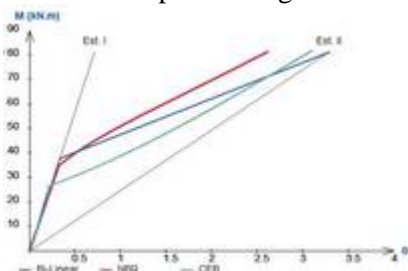


Seção 8

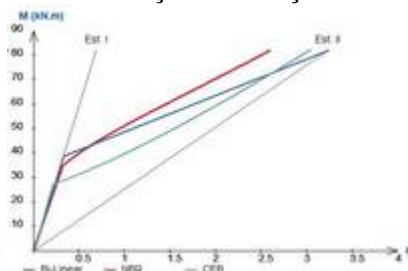


Seção 9

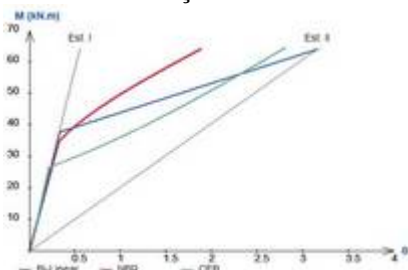
- Exemplo 3B- Viga armada com redistribuição de esforços



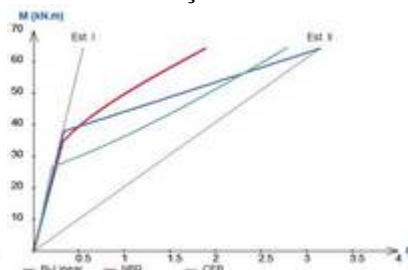
Seção 1



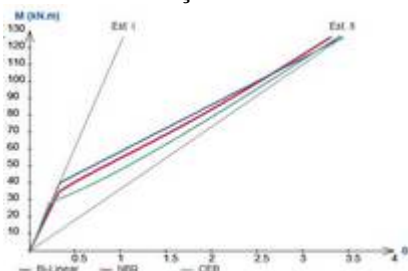
Seção 2



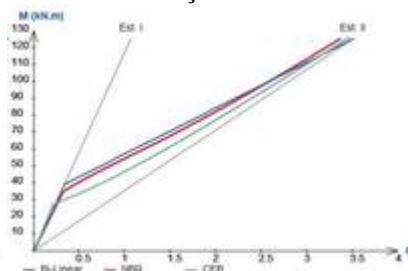
Seção 3



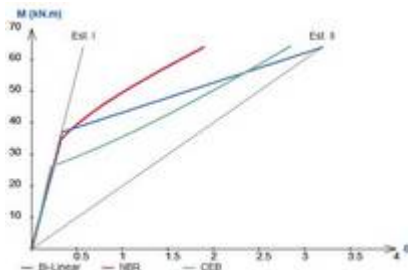
Seção 4



Seção 5

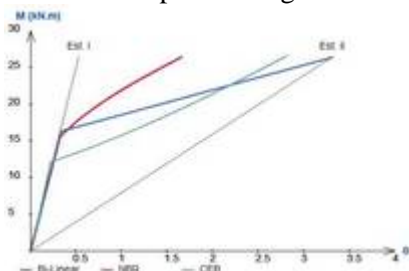


Seção 6

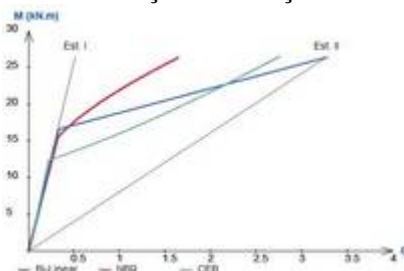


Seção 7

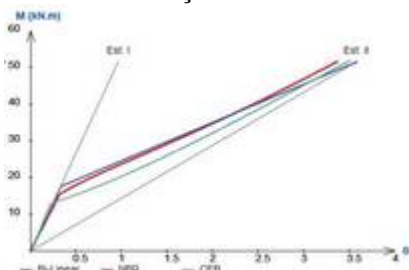
- Exemplo 4A- Viga armada sem redistribuição de esforços



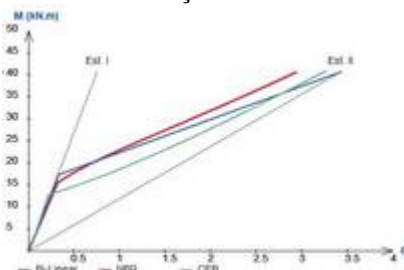
Seção 1



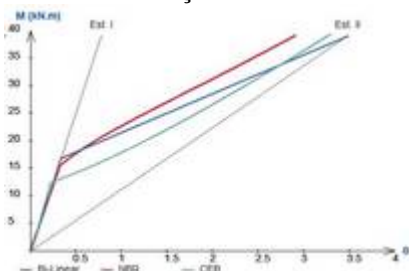
Seção 2



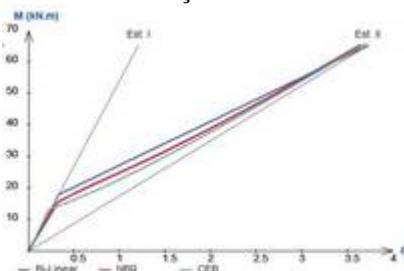
Seção 3



Seção 4

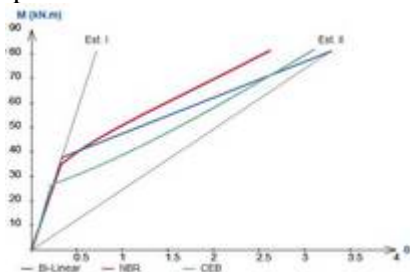


Seção 5

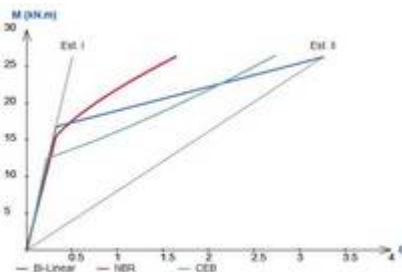


Seção 6

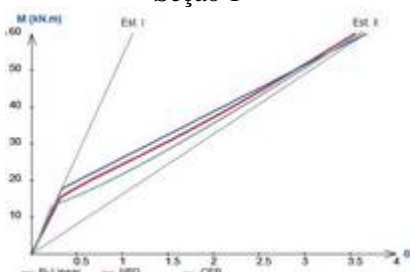
- Exemplo 4B- Viga armada com redistribuição de esforços no apoio central



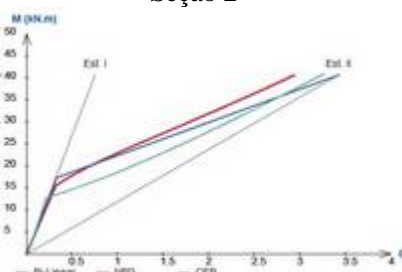
Seção 1



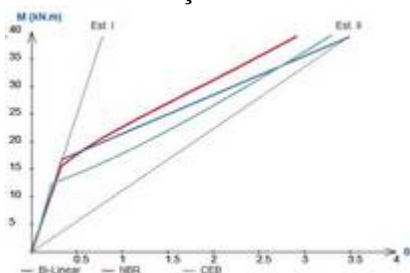
Seção 2



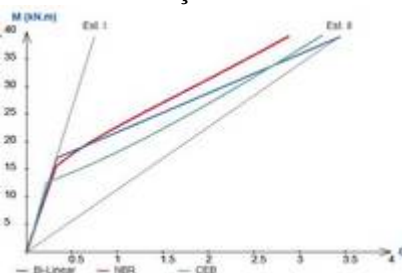
Seção 3



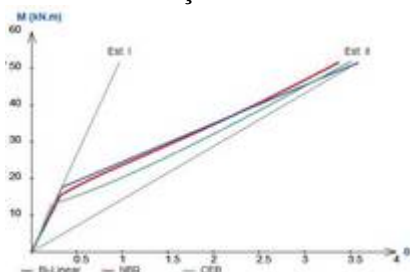
Seção 4



Seção 5

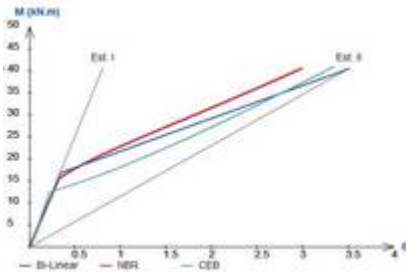


Seção 6

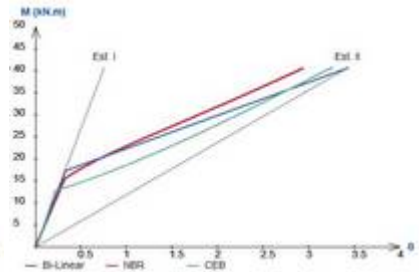


Seção 7

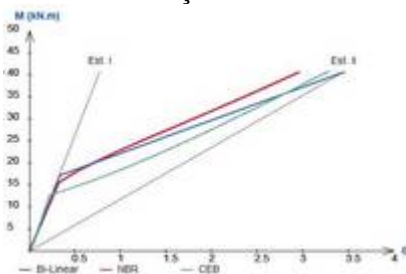
- Exemplo 4C- Viga armada com redistribuição de esforços nos três apoios intermediários



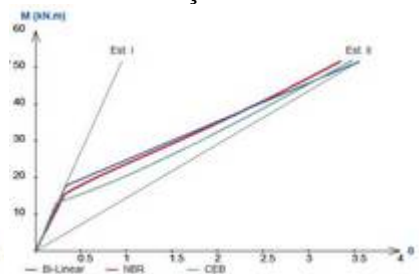
Seção 1



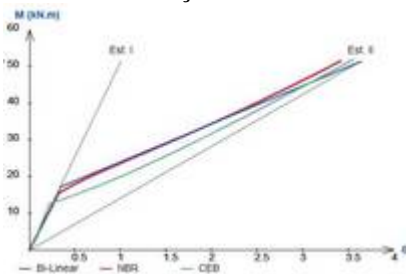
Seção 2



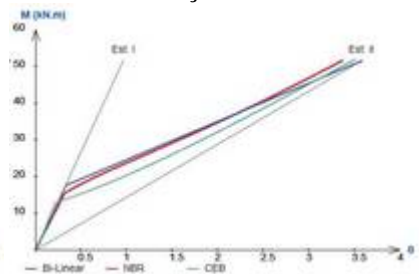
Seção 3



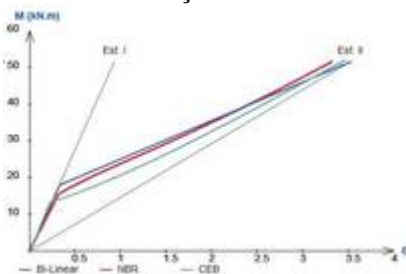
Seção 4



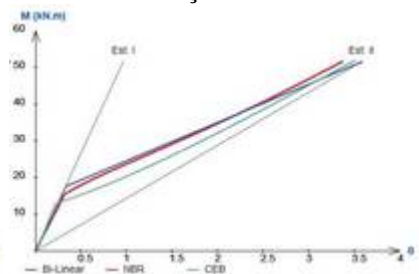
Seção 5



Seção 6



Seção 7



Seção 8

ANEXO C

Flechas Referentes aos Exemplos 1,2,3 e 4

São mostrados a seguir os deslocamentos dos exemplos apresentados no capítulo 5 obtidos por meio do programa desenvolvido. Para uma melhor avaliação dos deslocamentos não-lineares encontrados, foram incluídas nos gráficos as flechas calculadas de acordo com as prescrições da NBR 6118 e por meio das indicações dos Comentários Técnicos da NB-1 publicados pelo IBRACON.

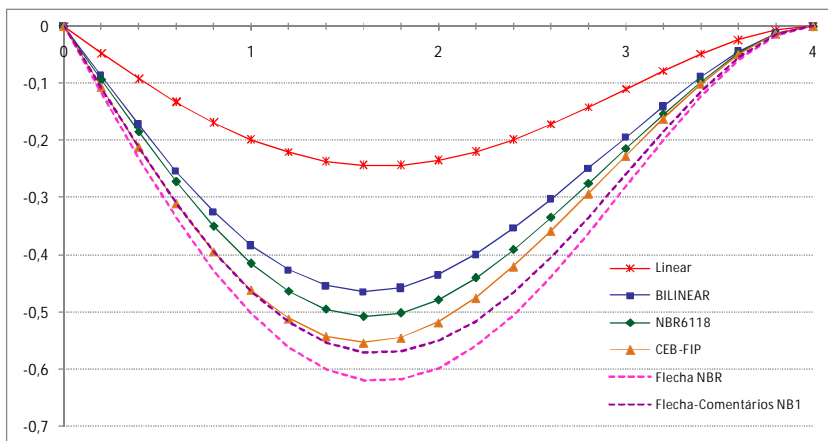


Figura C.1 – Deslocamentos – Exemplo 1A – Viga armada sem redistribuição de esforços

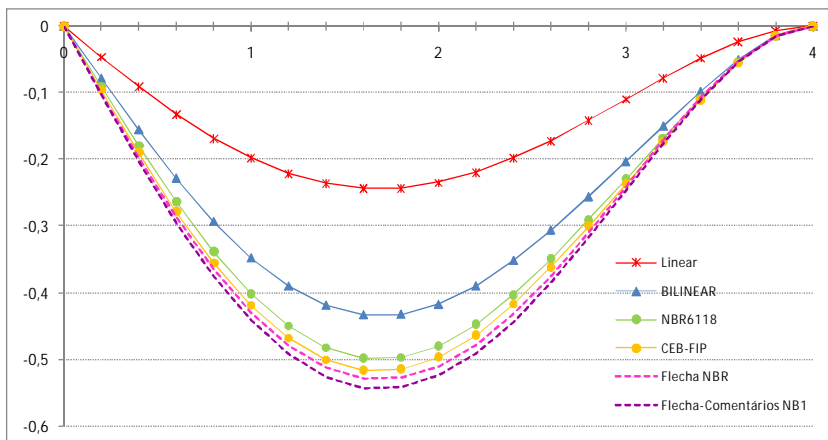


Figura C.2 – Deslocamentos – Exemplo 1B – Viga armada com redistribuição de esforços

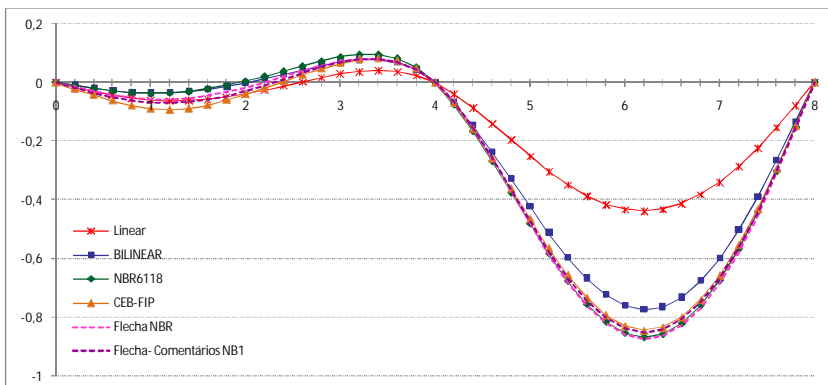


Figura C.3 – Deslocamentos – Exemplo 2A – Viga armada sem redistribuição de esforços

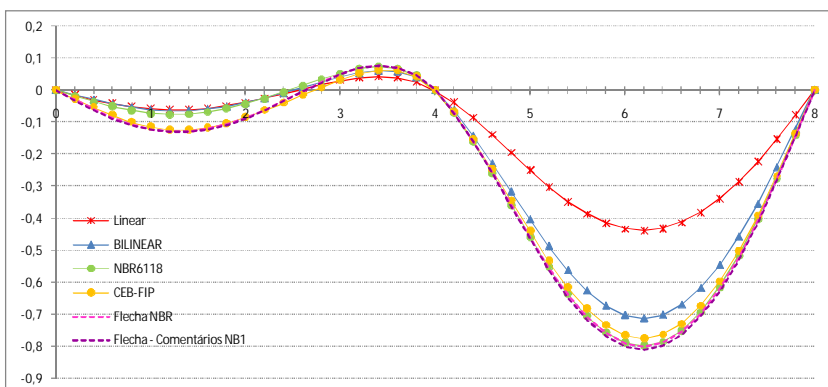


Figura C.4 – Deslocamentos – Exemplo 2B – Viga armada com redistribuição de esforços

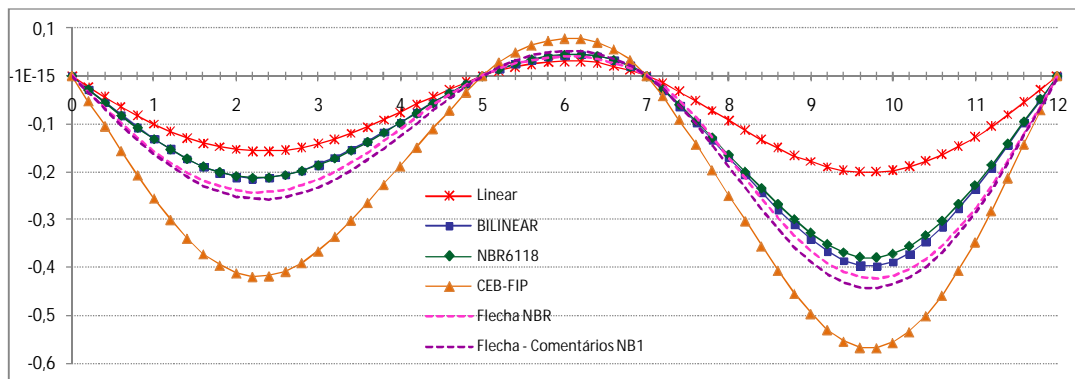


Figura C.5 – Deslocamentos – Exemplo 3A – Viga armada sem redistribuição de esforços

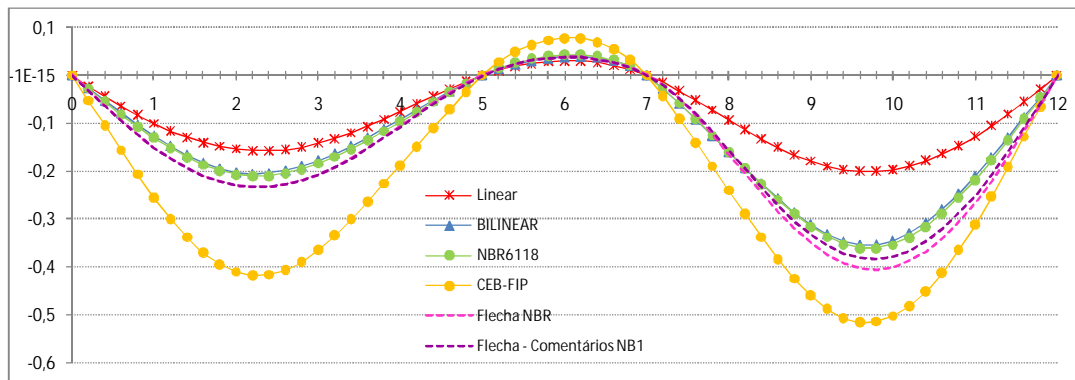


Figura C.6 – Deslocamentos – Exemplo 3B – Viga armada com redistribuição de esforços

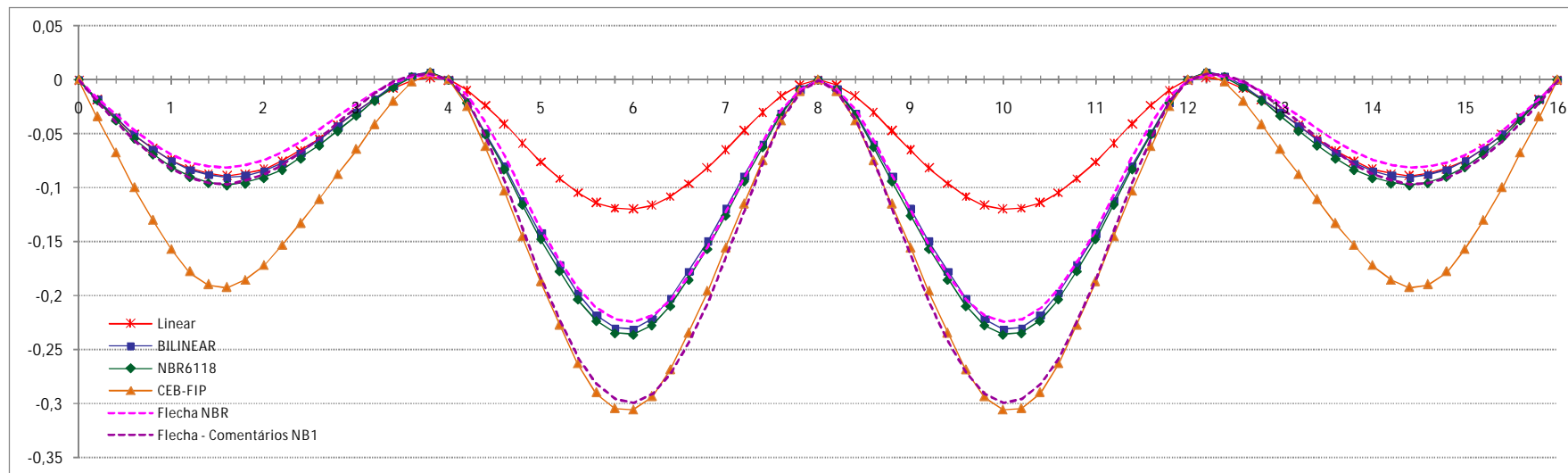


Figura C.7 – Deslocamentos – Exemplo 4A – Viga armada sem redistribuição de esforços

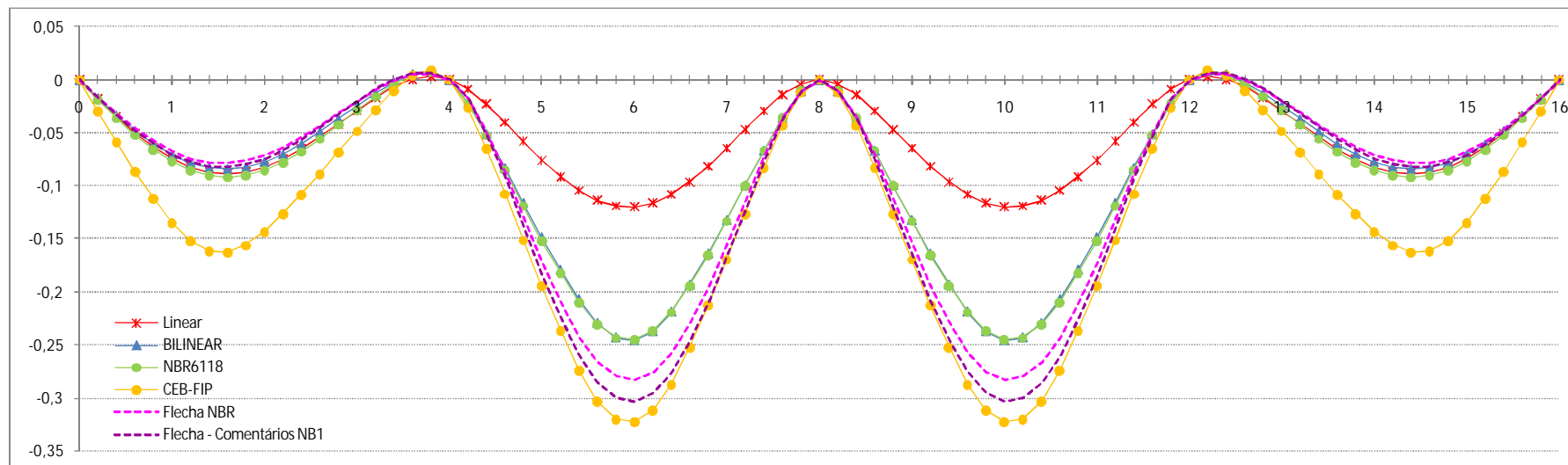


Figura C.8 – Deslocamentos – Exemplo 4B – Viga armada com redistribuição no apoio central

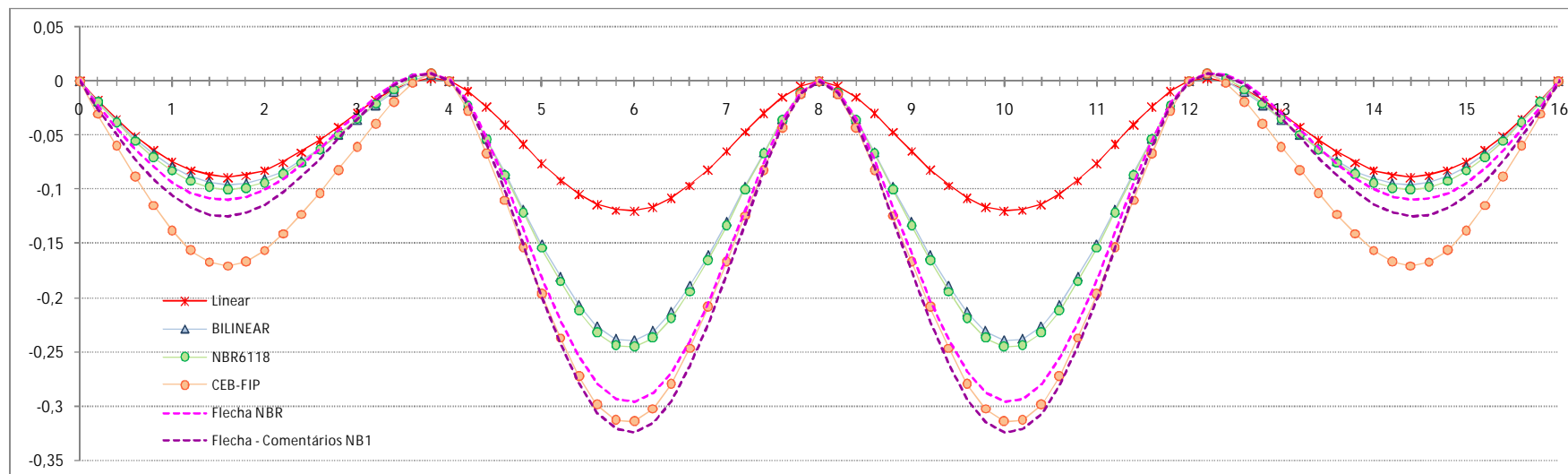


Figura C.9 – Deslocamentos – Exemplo 4C – Viga armada com redistribuição nos três apoios intermediários

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Tensões em um elemento fissurado submetido a esforço axial; (a) tensão na armadura; (b) tensão na interface entre concreto e o aço; (c) tensão no concreto. Adaptado de Ghali & Favre (1993).	7
Figura 2.2 - Deformada de uma viga sujeita a momento fletor constante.	8
Figura 2.3 Elemento infinitesimal de viga.	8
Figura 2.4 - Diagrama de deformações em uma seção de concreto armado.	10
Figura 2.5 - Diagrama momento-curvatura.	11
Figura 2.6 - Diagrama momento-curvatura para seção fissurada.	11
Figura 2.7 - Diagrama momento-curvatura bi-linear.	12
Figura 2.8 - Seção transversal no estádio I.	13
Figura 2.9 - Seção transversal no estádio II.	15
Figura 2.10 - Rigidez equivalente em vigas contínuas pelos Comentários Técnicos da NB-I.	17
Figura 2.11 - Diagrama momento-curvatura construído a partir das prescrições da NBR 6118.	18
Figura 2.12 - Diagrama momento-curvatura pelo CEB-FIP - flexão simples (CEB,1991).	18
Figura 2.13 - Construção do diagrama momento-curvatura pelo CEB-FIP.	19
Figura 2.14 - Diagrama altura da seção x resistência à tração na flexão.	21
Figura 2.15 - Seção transversal - Estudo da variação da taxa de armadura.	21
Figura 2.16 - Diagramas momento-curvatura - Variação da taxa de armadura.	22
Figura 2.17 - Discretização do Elemento Estrutural.	24
Figura 2.18 - Rigidez secante.	24
Figura 3.1 - Vista geral da face de concreto de uma BEFC. Adaptado de Cruz (1996).	27
Figura 3.2 - Seção transversal de uma barragem de enrocamento com face de concreto.	28
Figura 3.3 - Zoneamento Característico de BEFC. (Adaptado de Sherard e Cooke (2004)).	29
Figura 3.4 - Detalhe da junta perimetral. (Pinto e Mori, 1989). 1-Veda junta de cobre; 2-Mastique; 3- Membrana de PVC; 4- Cilindro de neopreme; 5- Plinto; 6- Face de concreto; 7- Veda junta de PVC; 8- Berço de areia-asfalto; 9- Espaçador de madeira; 10- Zona de granulometria especial.	34
Figura 3.5 - Detalhe das juntas verticais. (CBGB/CIGB/ICOLD,1982).	34
Figura 3.6 - Processo de determinação de momento fletores por meio de curvaturas impostas.	36
Figura 3.7 - Elemento infinitesimal de viga - Relação entre deslocamentos e curvaturas.	37
Figura 3.8 - Método das Diferenças Finitas.	38
Figura 3.9 - Método das Diferenças Finitas - Ponto de Extremidade.	39
Figura 4.1 - Janela de entrada de dados.	42
Figura 4.2 - Janela de Resultados da Análise Linear.	43
Figura 4.3 - Janela de Configuração da Análise Não Linear.	44
Figura 4.4 Visualização do Diagrama Momento-Curvatura.	44
Figura 4.5 - Janela de Resultados da Análise Não Linear.	45
Figura 4.6 - Fluxograma do programa de análise não linear simplificada.	46
Figura 4.7 - Representação dos esforços no nó inicial, final e no centro da barra.	47
Figura 4.8 - Dados do exemplo - Definição do critério de convergência.	47
Figura 4.9 - Diagrama de momentos Fletores - Definição do critério de convergência.	48
Figura 4.10 - Momento fletor no apoio central - Deslocamentos utilizados como critério de convergência.	49
Figura 4.11 - Momento fletor no apoio central - Momentos fletores utilizados como critério de convergência.	49
Figura 4.12 - Diagrama de Momentos Fletores - Estudo da Convergência - Variação do Parâmetro para a Troca da Rigidez da Barra.	50
Figura 4.13 - Janela de entrada de dados da laje.	52
Figura 4.14 - Janela de configuração e visualização do diagrama momento-curvatura.	52

Figura 4.15 – Janela de visualização dos resultados	53
Figura 5.1 – Exemplo 1A – Viga armada sem redistribuição de esforços	55
Figura 5.2 – Exemplo 1B – Viga armada com redistribuição de esforços	56
Figura 5.3 – Momentos fletores – Exemplo 1 – Diagrama bi-linear	57
Figura 5.4 – Momentos fletores – Exemplo 1 – Diagrama pela NBR 6118	58
Figura 5.5 – Momentos fletores – Exemplo 1 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP ..	58
Figura 5.6 – Variação da rigidez dos elementos– Exemplo 1A	59
Figura 5.7 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 1B	60
Figura 5.8 – Exemplo 2A – Viga armada sem redistribuição de esforços	61
Figura 5.9 – Exemplo 2B – Viga armada com redistribuição de esforços	62
Figura 5.10 – Momentos fletores – Exemplo 2 – Diagrama bi-linear	63
Figura 5.11 – Momentos fletores – Exemplo 2 – Diagrama pela NBR 6118	63
Figura 5.12 – Exemplo 2 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP	64
Figura 5.13 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 2A	65
Figura 5.14 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 2B	65
Figura 5.15 – Diagramas momento-curvatura para a seção A – Exemplo 2A	66
Figura 5.16 – Exemplo 3A – Viga armada sem redistribuição de esforços	67
Figura 5.17 – Exemplo 3B – Viga armada ser redistribuição de esforços	68
Figura 5.18 – Momentos fletores – Exemplo 3 – Diagrama bi-linear	69
Figura 5.19 – Momentos fletores – Exemplo 3 – Diagrama pela NBR 6118	69
Figura 5.20 – Momentos fletores – Exemplo 3 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP	70
Figura 5.21 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 3A	72
Figura 5.22 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 3B	72
Figura 5.23 – Exemplo 4A – Viga armada sem redistribuição de esforços	74
Figura 5.24 – Exemplo 4B – Viga armada com redistribuição no apoio central	74
Figura 5.25 – Exemplo 4C – Viga armada com redistribuição nos três apoios intermediários	75
Figura 5.26 – Momentos fletores – Exemplo 4 – Diagrama bi-linear	75
Figura 5.27 – Momentos fletores – Exemplo 4 – Diagrama pela NBR 6118	76
Figura 5.28 – Momentos fletores – Exemplo 4 – Diagrama pelo Código Modelo do CEB-FIP	76
Figura 5.29 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 4A	78
Figura 5.30 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 4B	79
Figura 5.31 – Variação da rigidez dos elementos – Exemplo 4C	79
Figura 5.32 – Multiplicador de rigidez utilizados na análise simplificada.	80
Figura 5.33 – Momentos fletores – Linear x Viga com rigidez modificada.	80
Figura 5.34 – Deslocamentos perpendiculares a face da Barragem de Itá devido a carga de enchimento	81
Figura 5.35 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama bi-linear	82
Figura 5.36 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pela NBR 6118	82
Figura 5.37 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pelo CEB-FIP	83
Figura 5.38 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama bi-linear – Armadura nas faces	84
Figura 5.39 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pela NBR 6118 - Armadura nas faces	84
Figura 5.40 – Momentos fletores da laje de Itá – Diagrama pelo CEB-FIP - Armadura nas faces	85
Figura 5.41 – Deslocamentos perpendiculares a face da Barragem de Machadinho devido a carga de enchimento	86
Figura 5.42 – Momentos fletores da laje de Machadinho – Diagrama bi-linear	86
Figura 5.43 – Momentos fletores da laje de Machadinho – Diagrama pela NBR 6118	87
Figura 5.44 – Momentos fletores da laje de Machadinho – Diagrama pelo CEB-FIP	87
Figura A.1 – Dados – Caso sem convergência	96
Figura A.2 – Diagrama de momentos fletores – Caso sem convergência– Combinação rara ..	97
Figura A.3 – Momento sobre o apoio central ($x=5m$) – Caso sem convergência – Combinação rara	97

Figura A.4 - Diagrama de momentos fletores – Caso sem convergência – Combinação freqüente	98
Figura A.5 - Momento sobre o apoio central ($x=5m$) – Caso sem convergência– Combinação freqüente	98
Figura A.6 – Momento fletor no meio do vão – Método incremental - Diagrama bi-linear ...	100
Figura A.7 – Módulo de elasticidade – Meio do vão - Método incremental – Diagrama bi-linear	100
Figura A.8 – Momento fletor sobre o apoio central – Método incremental – Diagrama bi-linear	101
Figura A.9 – Módulo de elasticidade – Apoio central – Método incremental – Diagrama bi-linear	101
Figura A.10 – Momento fletor no meio do vão – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP	102
Figura A.11 – Módulo de elasticidade – Meio do vão – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP	102
Figura A.12 – Momento fletor sobre o apoio central – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP	103
Figura A.13 – Módulo de elasticidade – Apoio central – Método incremental – Diagrama pelo CEB-FIP	103
Figura A.14 – Momento Fletor sobre o Apoio Central – Método Incremental e Iterativo – Diagrama Bi-Linear	105
Figura A.15 - Momento Fletor sobre o Apoio Central – Método Incremental e Iterativo – Diagrama pelo CEB-FIP	105
Figura C.1 – Deslocamentos – Exemplo 1A – Viga armada sem redistribuição de esforços..	117
Figura C.2 – Deslocamentos – Exemplo 1B – Viga armada com redistribuição de esforços .	117
Figura C.3 – Deslocamentos – Exemplo 2A – Viga armada sem redistribuição de esforços..	118
Figura C.4 – Deslocamentos – Exemplo 2B – Viga armada com redistribuição de esforços .	118
Figura C.5 – Deslocamentos – Exemplo 3A – Viga armada sem redistribuição de esforços..	119
Figura C.6 – Deslocamentos – Exemplo 3B – Viga armada com redistribuição de esforços .	119
Figura C.7 – Deslocamentos – Exemplo 4A – Viga armada sem redistribuição de esforços..	120
Figura C.8 – Deslocamentos – Exemplo 4B – Viga armada com redistribuição no apoio central	120
Figura C.9 – Deslocamentos – Exemplo 4C – Viga armada com redistribuição nos três apoios intermediários.....	121

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Variação da taxa de armadura	21
Tabela 4.1 – Valor final do momento (kN.m) sobre o apoio central - Definição do critério de convergência	49
Tabela 5.1 – Estudo da malha	57
Tabela 5.2 – Exemplo 3 - Momentos fletores e diferenças percentuais em relação a análise linear	70
Tabela 5.3 - Exemplo 4 - Momentos fletores e diferenças percentuais em relação a análise linear	77
Tabela A.1 – Carga distribuída na laje – Caso sem convergência	96
Tabela A.2 – Cálculo do carregamento distribuído na viga – Caso sem convergência	96